

توسعه رابطه تنش- کرنش پوپوویچ برای بتن‌های محصور شده

هوشنگ دباغ*

استادیار گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان

محمد سلمان قوامی

دانشجوی دکتری سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان

چکیده

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی اثر محصورشدگی در بتن‌های پر مقاومت انجام شده است. یکی از کاربردهای مهم این نوع بتن‌ها در ستونهای ساختمان‌های بلند مرتبه می‌باشد که مقاومت و شکل‌پذیری آن‌ها در اثر پدیده محصورشدگی به نحو چشم‌گیری افزایش می‌یابد. برای تخمین این افزایش و همچنین شبیه‌سازی رفتار این ستونها ارائه یک مدل تنش-کرنش فشاری بتن با منظور کردن پدیده محصورشدگی ضروری می‌باشد. در این مقاله تعدادی از مدل‌های تنش-کرنش شناخته شده و پر کاربرد با استفاده از داده‌های تجربی بدست آمده توسط محققان مختلف بر روی پدیده محصورشدگی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. مقاومت مشخصه بتن، مدول الاستیسیته، کرنش متناظر تنش حداکثر و فشار محصورشدگی به عنوان پارامترهای موثر در رفتار بتن‌های محصورشده در نظر گرفته می‌شوند. بر اساس این بررسی، یک مدل مشخصه توسعه یافته با در نظر گرفتن اثرات محصورشدگی برای بتن‌های با مقاومت معمولی و پر مقاومت پیشنهاد شده است. مدل پیشنهادی تنها تابعی از مقاومت مشخصه و فشار محصورشدگی می‌باشد. مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط این مدل با نتایج تجربی ارائه شده برای دامنه وسیعی از مقاومت‌های مشخصه از ۲۰ تا ۱۲۰ مگاپاسکال و سطح‌های مختلف محصورشدگی تطابق مناسبی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: اثر محصورشدگی، بتن پر مقاومت، رابطه تنش-کرنش، ستون بتنی.

* نویسنده مسئول: h.Dabbagh@uok.ac.ir

۱- مقدمه

نظر گرفتند. مندیس و همکاران [۱۰] رابطه پیشنهادی اسکات و همکاران [۱۱] را تکمیل نمودند. محققان زیادی بر روی رفتار ستون‌های مسلح شده توسط آرماتور تمرکز نمودند و مدل‌هایی را در حالت فشاری محصور شده نمودند. پارامترهای موثر در مدل‌های مذکور عمدتاً فاصله خاموت‌ها و آرماتورهای طولی، شکل ستون و مقاومت مشخصه می‌باشد. کاریرا و چو [۱۲]، کوسون و پالتر [۱۳]، هوشیکوما و همکاران [۱۴]، شو و شو [۱۵]، مندر و همکاران [۱۶]، وی و همکاران [۱۷] تعدادی از نویسندگان مذکور می‌باشند.

آتارد و ستونگ [۱۸] توانستند مدلی را برای تنش کرنش در حالت سه محوره ارائه نمایند. مدل پیشنهادی برای بتن‌های با مقاومت مشخصه حدفاصل ۶۰ تا ۱۳۰ مگاپاسکال و فشار جانبی ۱ تا ۲۰ مگاپاسکال می‌باشد. مدل مذکور بر مبنای مدل سارگین [۴] به صورت کسر چند جمله‌ای می‌باشد. دو سری ضرایب برای قسمت‌های صعودی و نزولی در نظر گرفته شده است. مدل ارائه شده برای بتن‌های حدفاصل ۲۰ تا ۱۳۰ مگاپاسکال قابل استفاده می‌باشد. کاربرد اصلی مدل تنش-کرنش فشاری در حالت محصور شده، بدست آوردن منحنی نیرو-جابجایی و تعیین شکل‌پذیری ستون‌های بتن مسلح می‌باشد. مدل آتارد و ستونگ [۱۸] با محدودیت‌هایی مواجه می‌باشد که از آن جمله می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود:

۱- پارامترهای موثر برای فشارهای جانبی کم کالیبره گردیده است.

۲- اثرات اندازه در نظر گرفته نشده است.

۳- تنش پسماند در نظر گرفته شده به درستی نشانگر اثرات محدود شوندگی نمی‌باشد.

دسته دیگر از مدل‌های تنش-کرنش در قسمت نزولی به صورت نمایی می‌باشند. از آن جمله می‌توان به مدل‌های شاه و همکاران [۱۹]، کوسون و همکاران [۲۰] و بینچی [۲۱] اشاره نمود. بینچی [۲۱] رابطه تنش-کرنش خود را با این فرض که انرژی شکست بعد از نقطه حداکثر تنش در واحد سطح در حالت محصور شده برابر با حالت محصور نشده می‌باشد ارائه نمود. نتایج مشاهدات تجربی نشان می‌دهد انرژی کرنشی با افزایش اثرات محصور کننده تا حد مشخصی افزایش می‌یابد از آن حد به بعد میزان انرژی کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. بر مبنای نتایج تجربی

برای شناخت رفتار المان‌های سازه‌ای بتن مسلح مدل‌های تنش-کرنش فشاری کامل در حالات محصور شده و محصور نشده مورد نیاز می‌باشد. اثرات محصور شدگی با استفاده از آرماتورهای مسلح کننده به صورت خاموت یا مارپیچی به وجود می‌آید. تعدادی از آزمایشات انجام شده بر روی اثرات محصور شدگی با استفاده از اعمال فشار هیدرواستاتیک ناشی از مایعات بر روی نمونه‌ها انجام گردیده است. معمولاً فشار هیدرواستاتیک بر روی نمونه اعمال گردیده و تا انتهای آزمایش ثابت می‌باشد. لزوم استفاده از مدل تنش-کرنش در حالت محصور شده برای شناخت هرچه بیشتر رفتار المان‌ها، میزان شکل‌پذیری آن‌ها و همچنین تحلیل‌های غیرخطی و طراحی اعضای سازه‌ای است. انتخاب نادرست مدل تنش-کرنش در تحلیل اجزاء محدود باعث عدم درک صحیح از رفتار المان‌ها و سازه‌های بتنی و به تبع آن خطاهای غیر قابل جبران در طراحی می‌شود.

اولین بررسی انجام شده بر روی منحنی تنش-کرنش فشاری در حالات محصور شده و محصور نشده توسط ریچارد در سال ۱۹۲۸ [۱] انجام گردید. پس از آن مدل‌های متعددی بر پایه نتایج بدست آمده از آزمایشات انجام شده بر روی نمونه‌های بتنی و ستون‌های بتن مسلح ارائه گردید. یکی از قدیمی‌ترین مدل‌های ارائه شده، مدل هاگنستاد [۲] بود که در سال ۱۹۵۱ ارائه شد، منحنی‌های بدست آمده از مدل مذکور به صورت سهمی شکل و قابل استفاده برای بتن‌های با مقاومت معمولی می‌باشند. پوپوویچ [۳]، سارگین [۴] مدل‌هایی را به صورت کسرهای ریاضی ارائه نمودند. وانگ [۵] مدل ارائه شده توسط سارگین را با پیشنهاد ضرایبی برای قسمت‌های صعودی و نزولی منحنی اصلاح نمود. کنت و پارک [۶] رابطه‌ای را ارائه نمودند که برای قسمت صعودی منحنی به صورت کسر ریاضی و سپس به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شود. پارک و همکاران [۷] در سال ۱۹۸۲ با در نظر گرفتن اثرات آرماتورهای مسلح کننده بر روی رفتار ستون‌ها مدل ارائه نمودند. شیخ و اوزومری [۸] اثرات آرماتورهای مسلح کننده طولی و جانبی از جمله سطح مقطع و فاصله را بر روی رفتار ستون‌ها مورد بررسی قرار دادند. ساتکی اوغلو و رازوی [۹] قسمت صعودی منحنی را به صورت سهمی درجه دو، قسمت نزولی را خطی و تنش پسماند ثابتی معادل ۲۰ درصد تنش حداکثر را در

$$f = f_{p1}, \varepsilon = \frac{f}{E_c} \quad (5)$$

که E_{it} مدول الاستیسیته اولیه و E_c مدول الاستیسیته متناظر نقطه ۴۵ درصد تنش حداکثر می‌باشد. همچنین روابطی برای تعیین مدول الاستیسیته برای بتن ساخته شده از مصالح با دانه‌های مستحکم و دانه‌های ضعیف‌تر مطابق معادلات ۳ و ۴ در نظر گرفته شد.

$$E_c = 0.43 \rho^{0.5} \sqrt{f'_c} \quad (6)$$

$$E_c = (3320 \sqrt{f'_c} + 6900) \left(\frac{\rho}{3320} \right)^{0.5} \quad (7)$$

که ρ برابر وزن واحد حجم بتن بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب و f'_c مقاومت مشخصه بتن در حالت فشاری تک محوره بر حسب مگاپاسکال می‌باشد. ضرایب A, B, C, D برای قسمت صعودی منحنی به صورت ذیل می‌باشند:

$$A = \frac{E_{it} \varepsilon_c}{f} \quad (8)$$

$$B = \frac{(A-1)^r}{\left(1 - \frac{f_{pl}}{f}\right)} + \frac{A^r (1-\alpha_t)}{\alpha_t^r \frac{f_{pl}}{f} \left(1 - \frac{f_{pl}}{f}\right)} - 1 \quad (9)$$

$$C = A - 2 \quad (10)$$

$$D = B + 1 \quad (11)$$

که در آن $\alpha_t = E_{it}/E_c$ و اگر فرض شود $E_{it} = E_c$ و $f_{pl} = 0.45f$ خواهیم داشت:

$$A = \frac{E_c \varepsilon_c}{f}, \quad B = \frac{(A-1)^r}{0.55} - 1 \quad (12)$$

برای شاخه نزولی شرایط مرزی وابسته به محصور شدگی می‌باشد. سه شرط مرزی به صورت ذیل تعریف می‌گردد:

$$f = f_c, \frac{df}{d\varepsilon} = 0 \quad f = f_c, \varepsilon = \varepsilon_c \quad f = f_i, \varepsilon = \varepsilon_i \quad (13)$$

برای حالت تک محوره بدون اثرات محصورشدگی، تنش پسماند به سمت صفر متمایل می‌گردد در صورتی که در حالت محصور شده تنش پسماند به یک حد مشخصی میل می‌نماید. ضرایب A, B, C, D برای قسمت نزولی در حالت محصور نشده به صورت ذیل می‌باشند:

$$A = \frac{f_{ic} \varepsilon_c (\varepsilon_{ic} - \varepsilon_c)}{\varepsilon_c \varepsilon_{ic} f_c - f_{ic}} \quad B = 0 \quad C = A - 2 \quad D = 1 \quad (14)$$

منتشر شده به ازای تغییرات اثرات محصور کننده، انرژی کرنشی شکست تغییرات زیادی دارد که این خود مدل پیشنهادی بینچی [۲۱] را زیر سوال خواهد برد.

مدل پیشنهادی جدید برای رفتار بتن در حالت فشاری محصور شده ارائه می‌گردد که نقایص مدل‌های آتارد و ستونگ [۱۸] و بینچی [۲۱] را برطرف نماید. مدل ارائه شده به خوبی نشان دهنده رفتار تک محوره و سه محوره بتن‌های با مقاومت معمولی و پرمقاومت برای سطوح مختلف محصور شدگی می‌باشد.

۲- ارزیابی مدل های تنش- کرنش موجود

آتارد و ستونگ [۱۸] در سال ۱۹۹۶ آزمایشاتی را بر روی ۵ سری نمونه بتنی در حالت فشاری سه محوره انجام دادند. مقاومت مشخصه نمونه‌های بتنی پر مقاومت ۹۰ تا ۱۱۰ مگاپاسکال و مقاومت مشخصه نمونه‌های با مقاومت معمولی ۴۵ مگاپاسکال می‌باشد. نمونه‌های مورد استفاده از نوع استوانه‌ای به ابعاد 200×100 میلی‌متر می‌باشند. برای اعمال فشار جانبی ۱ تا ۲۰ مگاپاسکال ابتدا بار ۱۰۰ کیلونیوتن به نمونه اعمال شده سپس فشار جانبی وارد می‌آید. رابطه ارائه شده به صورت کسر چند جمله‌ای و قابل استفاده برای بتن‌های با مقاومت معمولی و پر مقاومت مطابق معادله ذیل ارائه گردید:

$$y = \frac{Ax + Bx^r}{1 + Cx + Dx^r}, \quad x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \quad (1)$$

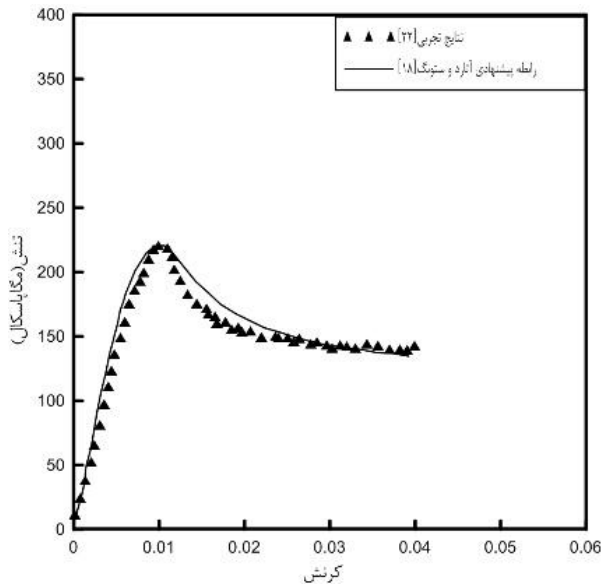
که f نشان دهنده تنش در هر نقطه، f_c تنش حداکثر، ε_c کرنش در هر نقطه، ε_i کرنش معادل تنش حداکثر، A, B, C, D ضرایب ثابتی هستند که برای قسمت‌های صعودی و نزولی منحنی در حالت‌های محصور شده و نشده ارائه گردید. ضرایب بر مبنای شرایط مرزی منحنی‌های تنش-کرنش تعیین می‌گردد. شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای قسمت صعودی منحنی به صورت ذیل می‌باشد:

$$f = 0, \frac{df}{d\varepsilon} = E_{it} \quad (2)$$

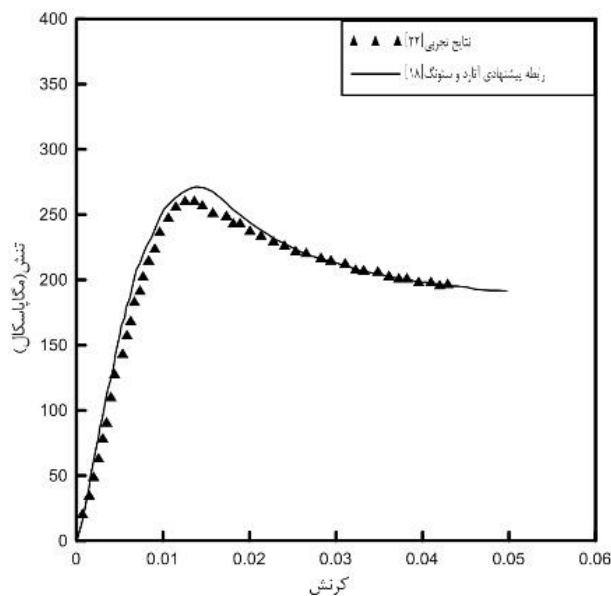
$$f = f_c, \frac{df}{d\varepsilon} = 0 \quad (3)$$

$$f = f_i, \varepsilon = \varepsilon_i \quad (4)$$

با مقاومت مشخصه ۱۲۰ مگاپاسکال نشان می‌دهد. همانگونه که قبلاً اشاره شد مدل آتارد و ستونگ برای حالات محصور شدگی بالا کالیبره نشده و فقط انتظار می‌رود در حالت محصور شدگی پایین کاربرد داشته باشد. ملاحظه می‌شود با بالا رفتن فشار محصور شدگی اختلاف منحنی‌های بدست آمده از مدل پیشنهادی با نتایج تجربی خصوصاً در شاخه نزولی بیشتر می‌شوند.



شکل ۱- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی آتارد و ستونگ [۱۸] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۱۸ مگاپاسکال



شکل ۲- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی آتارد و ستونگ [۱۸] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۳۰ مگاپاسکال

که ε_c کرنش متناظر تنش f'_c می‌باشد همچنین ε_{ic} و f_{ic} تنش و کرنش معادل نقطه تغییر جهت تحذب منحنی در شاخه نزولی می‌باشند که با استفاده از روابط ذیل بدست می‌آیند:

$$\frac{\varepsilon_{ic}}{\varepsilon_c} = 2/5 - 0/3 \ln(f'_c) \quad (15)$$

$$\frac{f_{ic}}{f_c} = 1/41 - 0/17 \ln(f'_c) \quad (16)$$

برای شاخه نزولی در حالت محصور شده ضرایب به صورت ذیل بدست می‌آیند:

$$A = \left(\frac{\varepsilon_{vi} - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) \left(\frac{\varepsilon_{vi} E_i}{f_i - f_i} - \frac{4 \varepsilon_i E_{vi}}{f_i - f_{vi}} \right) \frac{f_{ic} \varepsilon_c}{\varepsilon_c \varepsilon_{ic}} \frac{(\varepsilon_{ic} - \varepsilon_c)}{f_c - f_{ic}} \quad (17)$$

$$B = (\varepsilon_i - \varepsilon_{vi}) \left(\frac{E_i}{f_i - f_i} - \frac{4 E_{2i}}{f_i - f_{vi}} \right) \quad (18)$$

$$C = A - 2 \quad (19)$$

$$D = B + 1 \quad (20)$$

که در آن $E_{vi} = \frac{f_{vi}}{\varepsilon_{vi}}$ ، $E_i = \frac{f_i}{\varepsilon_i}$ می‌باشند.

برای بدست آوردن پارامترهای مورد نیاز آتارد و ستونگ [۱۸] از نتایج آزمایشگاهی انجام شده بر روی نمونه در حالت سه بعدی استفاده نمودند. مقدار مقاومت نهایی را در حالت محصور شده با استفاده از رابطه ذیل پیشنهاد نمودند:

$$\frac{f_i}{f'_c} = \left(\frac{f_i}{f'_c} + 1 \right)^k \quad k = 1/25 (f'_c)^{-0.33} (1 + 0/062 \frac{f_i}{f'_c}) \quad (21)$$

که در آن f_t مقاومت کششی بتن می‌باشد. همچنین کرنش معادل تنش حداکثر با استفاده از رابطه ذیل بدست می‌آید:

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_c} = 1 + (17 - 0/062 f'_c) \left(\frac{f_i}{f'_c} \right) \quad (22)$$

که f'_t مقاومت محصور شدگی می‌باشد. تنش و کرنش نقطه تغییر جهت انحنا در شاخه نزولی f'_i و ε_i با استفاده از روابط ذیل محاسبه می‌گردد:

$$\frac{f_i}{f_c} = \frac{\frac{f_{ic} - 1}{f'_c} + 1}{5/06 \left(\frac{f_i}{f'_c} \right)^{0.57} + 1} \quad \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_c} = \frac{\frac{\varepsilon_{ic} - 2}{\varepsilon_c} + 2}{1/12 \left(\frac{f_i}{f'_c} \right)^{0.36} + 1} \quad (23)$$

شکل‌های ۱ تا ۳ منحنی‌های تنش-کرنش بدست آمده از مدل آتارد و ستونگ [۱۸] را در مقایسه با نتایج تجربی سی و همکاران [۲۲] برای بتن

که در آن ε_c کرنش متناظر تنش حداکثر در حالت فشاری تک محوره می باشد که بر مبنای رابطه پیشنهادی تاسدمیر و همکاران [۲۲] برابر است با:

$$\varepsilon_c = (-0.067f_c'^2 + 29/9f_c' + 10.53) \cdot 10^{-6} \quad (28)$$

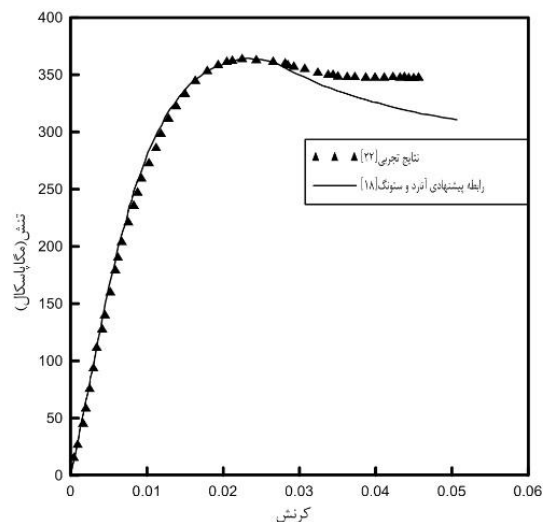
پارامترهای f_{le} ، $f_{residual}$ و بر مبنای رویه تسلیم پیشنهادی پرامونو و ویلیام [۲۳] به صورت زیر بدست می آید:

$$f = f_c' \left(k \sqrt{c + m \frac{f_r}{f_c'}} - (1-k) \left(\frac{f_r}{f_c'} \right)^2 + \frac{f_r}{f_c'} \right) \quad m = \frac{f_c' - f_{le}}{f_c' f_{le}} \quad (29)$$

پارامتر k پارامتر سخت شوندگی می باشد برابر ۰/۱ در حد الاستیک، ۱ در تنش حداکثر و صفر در ناحیه نرم شوندگی می باشد. C پارامتر نرم شوندگی می باشد که برابر ۱ در ناحیه سخت شوندگی و صفر در حد پسماند می باشد.

در مدل بینچی [۲۱] برای حالت محصور شده به منظور لحاظ نمودن اثرات اندازه، انرژی کرنشی شکست در ناحیه نزولی به صورت ثابت و مستقل از اثرات محصور شدگی در نظر گرفته می شوند. به عبارت دیگر انرژی کرنشی شکست در حالت محصور شده به همان مقدار در حالت تک محوره می باشد. در صورتی که مطابق نتایج آزمایشگاهی بدست آمده از کارهای سایر محققان مشخص شده که انرژی کرنشی شکست برای محصور شدگی های متفاوت تغییر می نماید. بنابراین فرض بینچی [۲۱] را که انرژی کرنشی شکست را ثابت و مستقل از محصور شدگی در نظر گرفته بود، نقض می گردد.

برای ترسیم منحنی تنش- کرنش علاوه بر مقاومت مشخصه، انرژی کرنشی شکست نیز مورد نیاز می باشد. که در مدل بینچی [۲۱] به صورت صریح اشاره ای به نحوه بدست آوردن انرژی کرنشی شکست در بتن های با مقاومت مشخصه های مختلف نشده است. که با استفاده از انتگرال عددی از نتایج مقاومت فشاری بدست آمده از نتایج تجربی سی و همکاران [۲۲]، انرژی کرنشی شکست را تعیین کردند. شکل های ۴ تا ۶ منحنی های تنش- کرنش بدست آمده از مدل بینچی [۲۱] در مقایسه با نتایج تجربی سی و همکاران [۲۲] برای بتن با مقاومت مشخصه ۱۲۰ مگاپاسکال را نشان می دهد. مشاهده می شود انطباق مناسبی بین منحنی های بدست آمده از مدل پیشنهادی با نتایج تجربی در هیچ کدام از شاخه های صعودی و نزولی وجود ندارد.



شکل ۳- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی آتارد و ستونگ [۱۸] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۶۰ مگاپاسکال

بینچی [۲۱] در سال ۲۰۰۵ رابطه پیشنهادی خود را ارائه نمود. مدل پیشنهادی شامل یک ناحیه خطی، یک قسمت سخت شوندگی در ناحیه صعودی و در نهایت شاخه نرم شوندگی می باشد. ناحیه سخت شوندگی مشابه مدل پیشنهادی مندر و همکاران [۱۶] می باشد. مدل ارائه شده به صورت ذیل می باشد:

$$f = E_c \varepsilon \quad \varepsilon \leq \varepsilon_{le} \quad (24)$$

$$f = f_{le} + (f_c - f_{le}) \frac{r \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{le}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_{le}} \right)}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{le}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_{le}} \right)^r} \quad \varepsilon_{le} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c$$

$$f = f_{residual} + (f_c - f_{residual}) \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\alpha}\right)^2\right) \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon$$

که در آن

ε_{le} و f_{le} نشان دهنده کرنش و تنش حد خطی، E_c برابر مدول الاستیسیته بتن همچنین پارامتر r از رابطه زیر بدست می آید:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_s} \quad E_s = \frac{f_c - f_{le}}{\varepsilon_c - \varepsilon_{le}} \quad (25)$$

پارامتر α بر مبنای انرژی شکست پس از ناحیه تنش حداکثر کالیبره می گردد. برای محاسبه پارامتر مذکور رابطه ذیل پیشنهاد گردید.

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi} (f_c - f_{residual})} \left(\frac{2G_{fcu}}{I_c} - \frac{(f_c - f_{residual})^2}{E_c} \right) \quad (26)$$

کرنش متناظر تنش حداکثر در حالت محصور شدگی با استفاده از رابطه ذیل بدست می آید:

$$\varepsilon_c = \delta \varepsilon_c \left(\frac{f_c}{f_c'} - 0.18 \right) \quad (27)$$

سامانی و آتارد [۲۴] مدل خود را بتن‌های با مقاومت معمولی و پر مقاومت پیشنهاد کردند. مدل مذکور در قسمت صعودی بر مبنای رابطه پیشنهادی آتارد و ستونگ [۱۸] و به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{f}{f_c} = \frac{Ax + Bx^2}{1 + (A-1)x + (B+2)x^2}, \quad x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}, \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (30)$$

f تنش در هر نقطه، f_c تنش حداکثر، ε کرنش در هر نقطه، ε_c کرنش معادل تنش حداکثر، A و B ضرایب ثابتی هستند. رابطه پیشنهادی در قسمت نزولی نیز بر مبنای رابطه پیشنهادی بینچی [۲۱] و با اعمال تغییراتی می‌باشد:

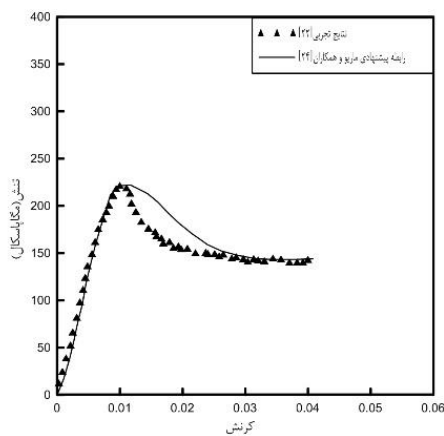
$$\frac{f}{f_c} = \frac{f_{\text{residual}}}{f_c} + \left(1 - \frac{f_{\text{residual}}}{f_c}\right) \left(\frac{f_c}{f_c}\right)^{\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_c - \varepsilon}\right)^2}, \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon \quad (31)$$

شکل‌های ۷ تا ۹ منحنی‌های تنش-کرنش بدست آمده از مدل پیشنهادی سامانی و آتارد [۲۴] در مقایسه با نتایج تجربی سی و همکاران [۲۲] برای بتن با مقاومت مشخصه ۱۲۰ مگاپاسکال را نشان می‌دهد. علی‌رغم انطباق مناسب در شاخه صعودی، در شاخه نزولی اختلافاتی مشاهده می‌شود.

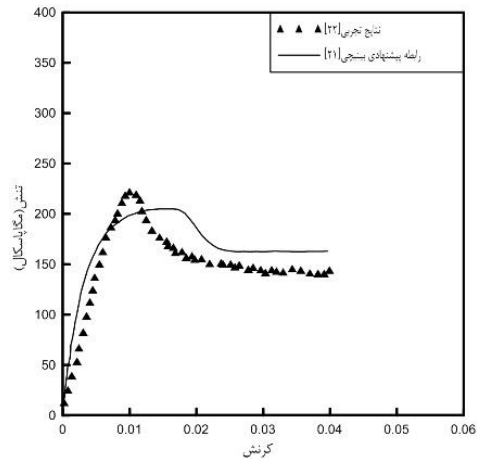
۳- مدل تنش-کرنش پیشنهادی

۳-۱- فرم کلی مدل پیشنهادی

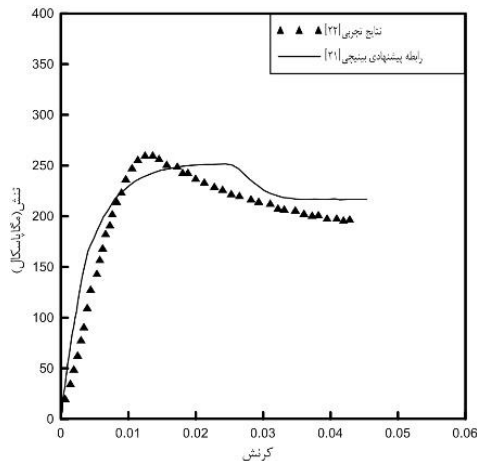
به منظور بهبود بخشیدن به پیش‌بینی منحنی تنش-کرنش یک مدل جدید ارائه می‌گردد. مدل پیشنهادی در شاخه صعودی بر مبنای رابطه ارائه شده توسط پوپویوچ [۳] می‌باشد. در شاخه نزولی و به منظور تطابق بیشتر با نتایج تجربی اصلاحاتی صورت گرفته است.



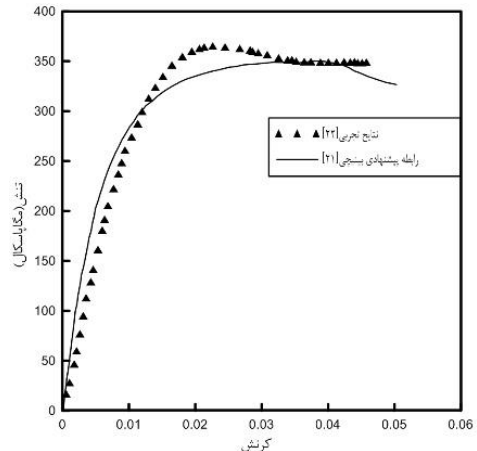
شکل ۷- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی سامانی و آتارد [۲۴] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۱۸ مگاپاسکال



شکل ۴- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی بینچی [۲۱] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۱۸ مگاپاسکال



شکل ۵- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی بینچی [۲۱] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۳۰ مگاپاسکال



شکل ۶- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی بینچی [۲۱] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۶۰ مگاپاسکال

صورت همزمان دربرگیرنده ملات و سنگدانه بوده و صاف تر می‌باشد. دلیل افت سریع منحنی تنش-کرنش در شاخه نزولی، عبور سطح ترک از سنگدانه‌ها بوده که به صورت یک شکست ترد است.

پارامتر موثر دیگری که در تعیین رفتار بتن موثر بوده مدول الاستیسیته می‌باشد. که متأثر از جنس و سختی سنگدانه‌ها است. با توجه به بررسی صورت گرفته در تحقیقات قبلی [۲۴] رابطه ارائه شده در آیین‌نامه ۱۴-۳۱۸ ACI [۲۶] انطباق خوبی با رفتار واقعی بتن دارد. رابطه ارائه شده به صورت ذیل می‌باشد:

$$E_c = 4700 \sqrt{f_c} \quad (32)$$

مدول الاستیسیته و مقاومت مشخصه بتن بر حسب مگاپاسکال می‌باشند.

با توجه به متفاوت بودن شاخه صعودی و نزولی منحنی تنش-کرنش، تعیین دقیق کرنش معادل تنش حداکثر از اهمیت به سزایی در ارائه مدل رفتاری بتن برخوردار می‌باشد. با توجه به بررسی صورت گرفته بر روی رفتار بتن‌های با مقاومت معمولی و پر مقاومت در حالت تک محوره بدون اثرات محصور شدگی رابطه‌ای به صورت ذیل ارائه گردید [۲۵]:

$$\varepsilon_{cp} = (1200 + 15f_c) \times 10^{-6} \quad (33)$$

پارامتر دیگری که در رفتار بتن‌های محصور شده موثر می‌باشد فشار محصور شدگی بوده که با توجه به نتایج تجربی ملاحظه می‌شود با افزایش آن، مقاومت نمونه‌ها بالا رفته و همچنین کرنش متناظر تنش حداکثر افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر با افزایش اثرات محصور شدگی، مقاومت و شکل پذیری افزایش می‌یابد.

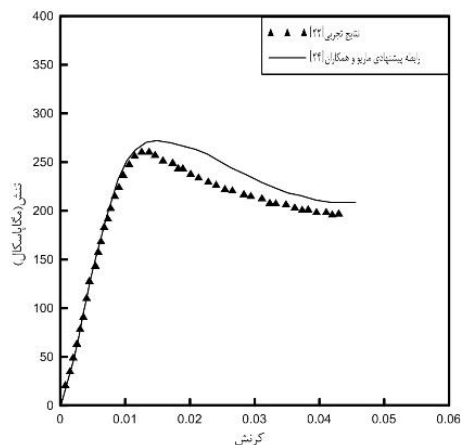
۳-۳- مدل تنش-کرنش پیشنهادی برای بتن پر مقاومت محصور شده

فرم کلی رابطه به صورت ذیل می‌باشد:

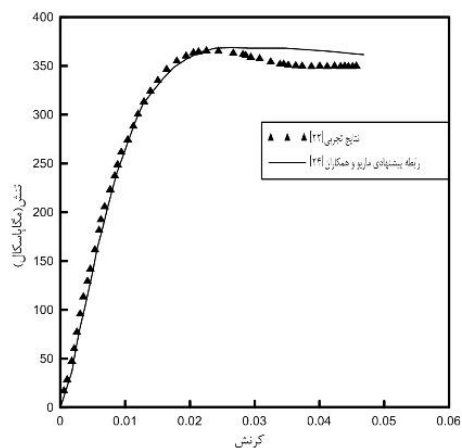
$$\frac{\sigma_c}{f_{cc}} = \frac{n_1 \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cpc}}}{n_1 - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cpc}}\right)^{n_1}} \quad \varepsilon \leq \varepsilon_{cpc} \quad (34)$$

$$\sigma_c = f_{residual} + (f_{cc} - f_{residual}) \frac{n_2 \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cpc}}}{n_2 - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cpc}}\right)^{n_2}} \quad \varepsilon > \varepsilon_{cpc} \quad (35)$$

که در آن f_{cc} مقاومت بتن در حالت محصور شده بر حسب مگاپاسکال می‌باشد که با استفاده از رابطه ذیل بدست می‌آید:



شکل ۸- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی سامانی و آتارد [۲۴] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۳۰ مگاپاسکال

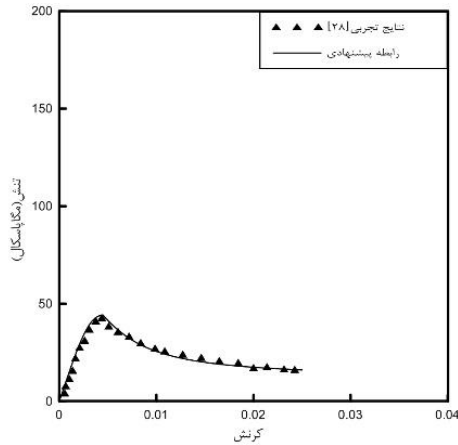


شکل ۹- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی سامانی و آتارد [۲۴] در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۶۰ مگاپاسکال

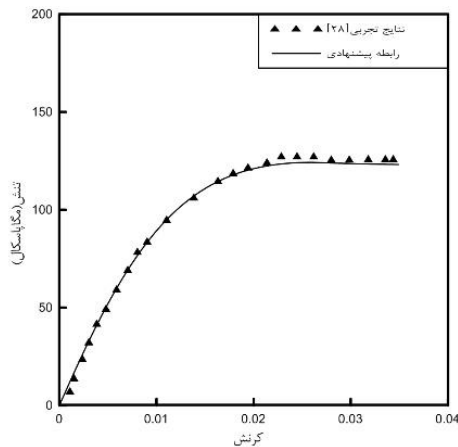
۳-۲- پارامترهای موثر در رفتار بتن

مقاومت مشخصه، مدول الاستیسیته، کرنش متناظر تنش حداکثر و فشار محصور شدگی از جمله مهم‌ترین پارامترهای اثرگذار جهت تعیین روابط تنش-کرنش در حالت فشاری تک محوره بدون اثرات محصور شدگی می‌باشند.

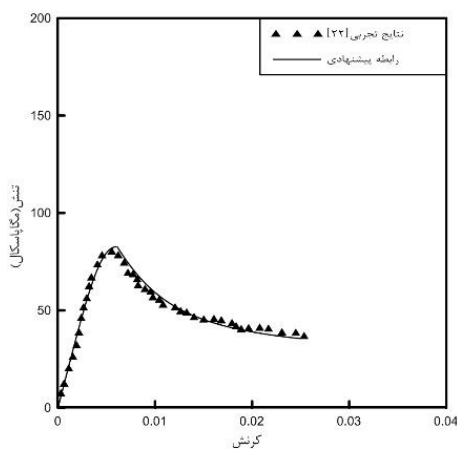
با افزایش مقاومت مشخصه، منحنی تنش-کرنش در شاخه صعودی تمایل بیشتری به خطی شدن پیدا کرده و علاوه بر آن شاخه نزولی منحنی با شیب بیشتری تمایل به سقوط دارد. در بتن‌های با مقاومت معمولی با توجه به مقاومت پایین ملات، سطح شکست بیشتر دربرگیرنده ملات بوده و به صورت یک سطح ناصاف است. در بتن‌های پر مقاومت و به دلیل مقاومت بالای ملات، سطح ترک به



شکل ۱۱- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۸] برای بتن با مقاومت ۳۴/۵ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۰/۷ مگاپاسکال



شکل ۱۲- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۸] برای بتن با مقاومت ۳۴/۵ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۲۰/۷ مگاپاسکال



شکل ۱۳- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۶۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۲/۳ مگاپاسکال

$$f_{cc} = (1 + \delta \times \frac{f_r}{f_c}) \times f_c \quad (36)$$

که f_c مقاومت مشخصه در حالت فشاری تک محوره بدون اثر محصورشدگی و f_r فشار محصورشدگی بر حسب مگاپاسکال می باشد. پارامتر n_1 با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

$$n_1 = 0.18 + \frac{f_{cc}}{17 + \delta/28 \times f_r} \quad (37)$$

همچنین ϵ_{cpc} کرنش متناظر تنش حداکثر در حالت محصور شده می باشد که برابر است با:

$$\epsilon_{cpc} = \epsilon_{cp} + 0.35 \frac{f_r}{f_c} \quad (38)$$

که ϵ_{cp} کرنش متناظر تنش حداکثر در حالت بدون اثرات محصور شدگی می باشد. $f_{residual}$ تنش پسماند بر حسب مگاپاسکال می باشد که از رابطه ذیل بدست می آید:

$$f_{residual} = 0.25 + \delta/5 \frac{f_r}{f_c} \quad (39)$$

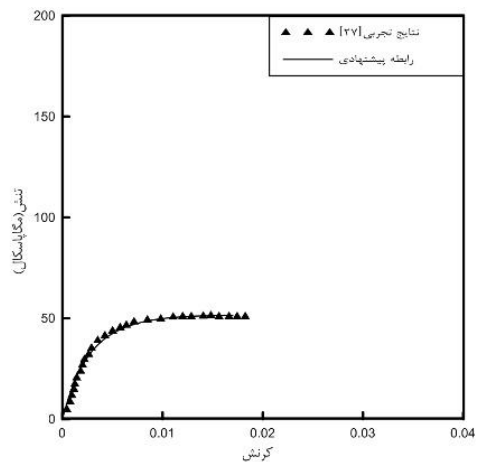
پارامترهای n_2 و n_3 با استفاده از روابط ذیل بدست می آیند:

$$n_2 = 1/388 \quad (40)$$

$$n_3 = 2/27 + 4/71 \times \frac{f_r}{f_c} \quad (41)$$

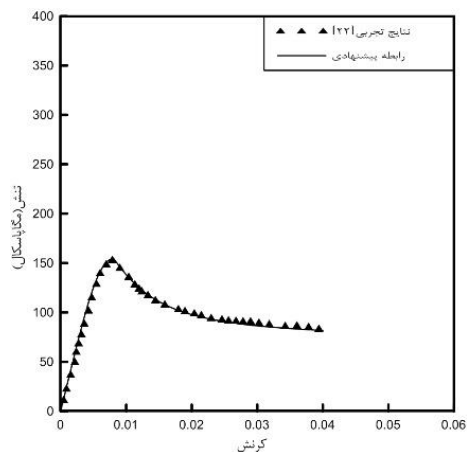
۴- اعتبار سنجی

منحنی های تنش-کرنش ترسیم شده بر اساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با تعدادی از نتایج تجربی در اشکال ۱۰ تا ۲۱ ترسیم گردیده است.

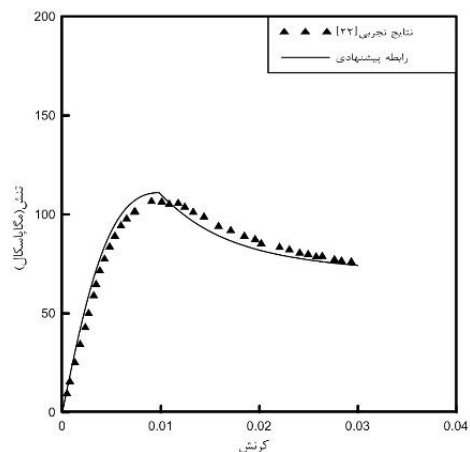


شکل ۱۰- مقایسه منحنی تنش-کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۷] برای بتن با مقاومت ۲۰ مگاپاسکال و فشار محصورشدگی ۶/۸۹ مگاپاسکال

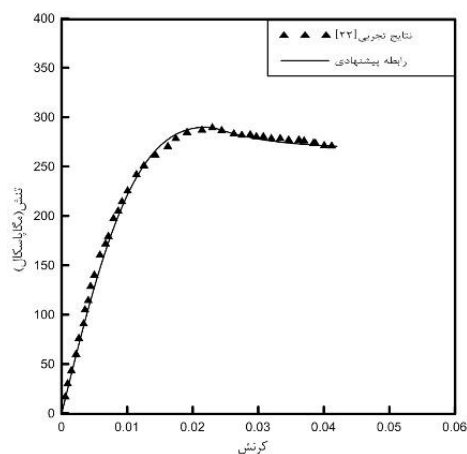
توسعه رابطه تنش- کرنش پوپویچ...



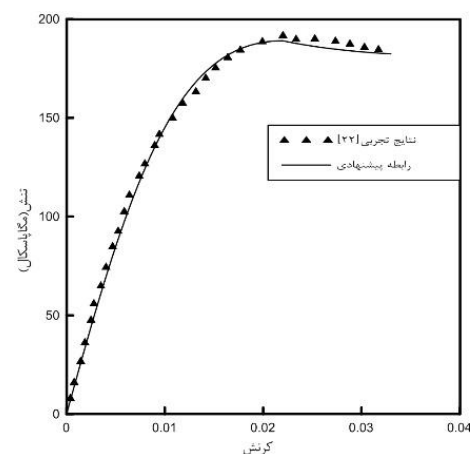
شکل ۱۴- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۹۲ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۸/۳ مگاپاسکال



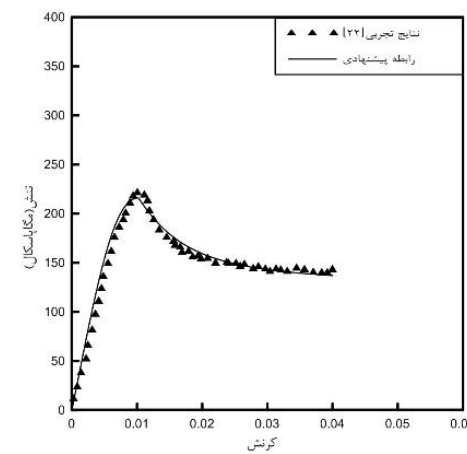
شکل ۱۵- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۶۰ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۲۹/۳ مگاپاسکال



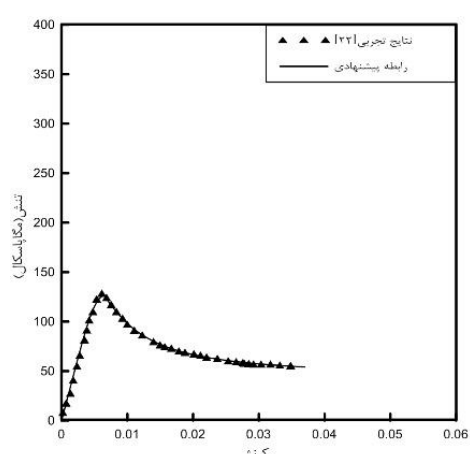
شکل ۱۶- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۹۲ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۴۴/۵ مگاپاسکال



شکل ۱۷- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۶۰ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۸/۳ مگاپاسکال



شکل ۱۸- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۱۸ مگاپاسکال



شکل ۱۹- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۹۲ مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۳/۸ مگاپاسکال

با افزایش مقاومت مشخصه، مدول الاستیسیته افزایش یافته و شاخه صعودی منحنی تنش- کرنش تمایل بیشتری به خطی شدن پیدا می‌کند. همچنین شیب شاخه نزولی بیشتر شده و بتن در کرنش پایین تری به شکست می‌رسد یعنی در واقع بتن رفتار شکننده تری از خود نشان می‌دهد. به این دلیل که با افزایش مقاومت مشخصه، مقاومت ملات حفاصل سنگدانه‌ها بالاتر رفته و سطح ترک همزمان دربرگیرنده ملات و سنگدانه بوده که به صورت یک شکست ترد است.

با توجه به اینکه رفتار بتن در شاخه صعودی و نزولی منحنی تنش- کرنش متفاوت بوده تعیین مقدار کرنش نظیر تنش حداکثر که جدا کننده این دو قسمت از منحنی می‌باشد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. همچنین با بالاتر رفتن فشار محصورشدگی مقاومت بتن و کرنش نظیر تنش حداکثر افزایش می‌یابد.

طبق بررسی‌های انجام شده رابطه تنش- کرنش پیشنهادی بر مبنای رابطه ارائه شده توسط پوپویویچ [۳] و با اعمال تغییراتی در شاخه نزولی ارائه شد. رابطه پیشنهادی برای بتن‌های با مقاومت مشخصه ۲۰ تا ۱۲۰ مگاپاسکال و فشارهای محصور شدگی متفاوت قابل استفاده می‌باشد.

طبق بررسی‌ها و ارزیابی‌های انجام شده، این نتایج به دست آمد:

۱- رابطه پیشنهادی به این صورت است که بتواند کمبودهای سایر مدل‌های ارائه شده را مرتفع نماید.

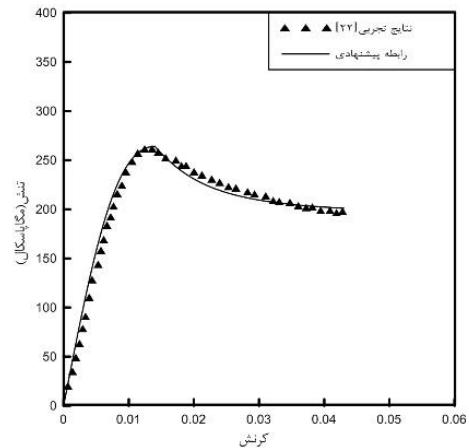
۲- منحنی‌های تنش- کرنش تنها با معرفی مقاومت مشخصه و فشار محصور شدگی قابل ترسیم می‌باشند.

۳- با توجه به اصلاحات انجام شده در مدل پیشنهادی نسبت به مدل پایه می‌توان از مدل مذکور برای نشان دادن هرچه بهتر رفتار بتن‌های با مقاومت مشخصه ۲۰ تا ۱۲۰ مگاپاسکال و فشارهای محصور شدگی متفاوت استفاده کرد.

۴- مقایسه منحنی‌های بدست آمده از مدل پیشنهادی با نتایج تجربی و برای حالات محصورشدگی متفاوت تطابق مناسبی را در هر دو شاخه صعودی و نزولی نشان می‌دهد.

۶- مراجع

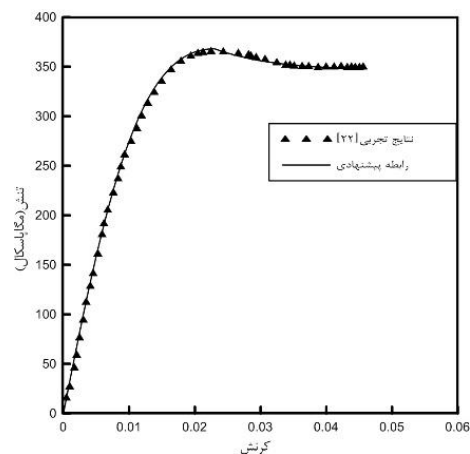
[1] Richart, F., Brandtzag, A. ; and Brown, R., "A Study of failure of Concrete under Combined Compressive Stresses" University of Illinois, Bulletin 185, (1928).



شکل ۲۰- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی

در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰

مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۳۰ مگاپاسکال



شکل ۲۱- مقایسه منحنی تنش- کرنش براساس رابطه پیشنهادی

در مقایسه با نتایج تجربی [۲۲] برای بتن با مقاومت ۱۲۰

مگاپاسکال و فشار محصور شدگی ۶۰ مگاپاسکال

ملاحظه می‌شود با استفاده از رابطه پیشنهادی می‌توان در هر دو شاخه صعودی و نزولی تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی بدست آورد.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق مدل تنش- کرنش برای بتن‌های با مقاومت معمولی و پر مقاومت در حالت فشاری تک محوره و با در نظر گرفتن اثرات محصورشدگی مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا تعدادی از مدل‌های تنش- کرنش ارائه شده توسط سایر محققان مورد بررسی قرار گرفت. پارامترهای اثر گذار بر منحنی‌های تنش- کرنش مشخص شدند. از جمله مهم‌ترین پارامترها مقاومت مشخصه، مدول الاستیسیته، کرنش متناظر تنش حداکثر و فشار محصور شدگی می‌باشند.

- (1994), pp. 301–312.
- [16] Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R.; "Theoretical stress-strain model for confined concrete." J. Struct. Eng., V. 114 , No.8 ,(1988), pp.1804–1826.
- [17] Wee, T. H., Chin, M. S., and Mansur, M. A.; "Stress-strain relationship of high strength concrete in compression" J. Mater. Civ.Eng, V. 8 , No. 2 ,(1996), pp.70–76.
- [18] Attard, M. M. , and Setunge, S.; "Stress-Strain Relationship of Confined and Unconfined Concrete" , ACI Journal, Proceedings, V. 93, No. 5,(1996), pp.432-441.
- [19] Shah, S. P., Fa_tis, A., and Arnold, R.; "Cyclic loading of spirally reinforced concrete" J. Struct. Eng., V. 109, No.7,(1983), pp.1695–1710.
- [20] Cusson, D., De Larrard, F., Boulay, C., and Paultre, P. ; "Strain Localization in Confined High-Strength Concrete Column " Journal of Structural Engineering, V . 122, (1996),pp.1055-1061.
- [21] Binici, B. ; "An Analytical Model for Stress-Strain Behavior of Confined Concrete." Engineering structures., V . 27, (2005),pp.1040-1051.
- [22] Xie, J., Elwi, A., And MacGregor, J. ; " Mechanical Properties of Three High-Strength Concretes Containing Silica Fume" ACI Materials Journal, V. 92, (1995).
- [23] Pramono, E., and Willam, K. ; " Fracture Energy-Based Plasticity Formulation of Plain Concrete " Journal of Engineering Mechanics, V. 115, (1989) , pp.1183–1204.
- [24] Samani, A. H., and Attard , M. M. ; " A Stress-Strain Model For Uniaxial Compression And Triaxially Confined Plain Concrete Incorporating Size Effect " the university of new south wales, UNICIV No:R-457 (2010).
- [۲۵] هوشنگ دباغ، محمد سلمان قوامی، " ارائه رابطه تنش- کرنش برای بتن‌های پرمقاومت. " نهمین کنگره ملی مهندسی عمران ، دانشگاه فردوسی مشهد ، مشهد، ایران، ۱۳۹۵ .
- [26] ACI Committee 318 .; " Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (318RM-14) " American Concrete Institute,(2014) , 524 pp.
- [27] Hurlbut, B. ; " Experimental and Computational Investigation of Strain-Softening in Concrete. " University of colorado, (1985).
- [28] Smith, S., Willam, K., Gerstle, K., and Sture, S. ; "Concrete over the Top--or, Is There Life ter";ACI Material, V. 86, (1989).
- [2] Hognestad , E. ; " Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members" , Bulletin NO.1, (1951).
- [3] Popovicz , S. ; " A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of concrete" Cement and Concrete , V. 3 , NO. 5 , (1973) , pp.583-599.
- [4] Sargin, M. and Handa V. K. ; " A General Formulation for the Stress-Strain Properties of Concrete " Report No. 3, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, (1969) , 36p.
- [5] Wang, P. T., Shah, S. P., and Naaman, A. E. ; "Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression " ACI JOURNAL, Proceedings V. 75, No. 11, Nov. (1978), pp. 603-611.
- [6] Kent,D., and Park, R. ; " Flexural Members with Confined Concrete" Ascej.strnct.Div 97, (1964-1990).
- [7] Park, R., Priestley, M., and Grill, W. ; " Ductility of square-confined Concrete Column" Journal of the Structural Division 108,(1982), pp.929-950.
- [8] Sheikh, S. A., and Uzumeri, S. M. ; "Analytical model for concrete confinement in tied columns." Journal of the Structural Division. ASCE, 108.12,(1982), pp.2703-2722.
- [9] Saatcioglu, M., and Razvi, S. R. ; "Strength and Ductility of Confined Concrete," Journal of Structural Engineering, ASCE, V. 118, No. 6, (1992), pp. 1590-1607.
- [10] Mendis, P., Pendyala, R., and Setunge, S. ; "Stress-strain model to predict the full-range moment curvature behavior of high-strength concrete sections." Mag. Concrete Res, V.52, No. 4 ,(2000), pp. 227-234.
- [11] Scott, B. D., Park, R., and Priestley, N.; "Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates." ACI J. , V.79 , No.1,(1982), pp.13–27.
- [12] Carreira, D. J., and Chu, K. H. ; "Stress-strain relationship for plain concrete in compression. " ACI Journal, Proceedings, V. 82, No. 6,(1985), pp.797-804.
- [13] Cusson, D., and Paultre, P. , "Stress-strain model for confined high strength concrete.; " J. Struct. Eng, V. 121, No. 3,(1995), pp.468–477.
- [14] Hoshikuma, J., Kawashima, K., Nagaya, K., and Taylor, A. W. ; "Stress-strain model for confined reinforced concrete in bridge piers." J. Struct. Eng., V. 123, No. 5,(1997), pp.624–633.
- [15] Hsu, L. S., and Hsu, C. T. T.; "Complete stress-strain behavior of high-strength concrete under compression" Mag. Concrete Res, V. 46, No. 169,

The Popovics' Stress-Strain Model Incorporating Confinement Effect

H. Dabbagh *

Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Kurdistan

M.S. Ghavami

Ph.D. Student, Department of Civil Engineering, University of Kurdistan

Abstract

In recent years, the confinement effect in high strength concrete (HSC) has been studied by many researchers. Confinement effect results in increasing the strength and ductility of concrete columns considerably. To determine the amount of these increases and to simulate the behavior of these columns a compressive stress-strain model containing the confinement effect is essential. In this paper, a number of well-known stress-strain models are evaluated against experimental data obtained by other researchers and their shortages are determined. Considering compressive strength, the modulus of elasticity, the strain corresponding to maximum stress and confinement stress are considered as main parameters, a new stress-strain model is developed such that it takes into account the effects of confinement. Comparing the results predicted by the proposed model with experimental results for a wide range of compressive strength from 20 to 120 MPa, show a good agreement.

Keywords: confinement effect, high strength concrete, stress-strain model, concrete columns.

* Corresponding Author: h.Dabbagh@uok.ac.ir