

Analysis of the complexity of Maqeli patterns in the dados of Hakim Mosque in Isfahan by using the fractal method

Iman Zakariaee Kermani^{1*}, Keyhane Reisi², Jalil Jokar³, samad najarpour⁴

^{1.} Carpet Department, Faculty of Handicrafts, Art University of Isfahan, Isfahan, Iran

^{2.} Master degree in persian Painting, faculty of Handicrafts, Isfahan University of Art, Isfahan, Iran

^{3.} Instructor, Faculty of Handicrafts, Art University of Isfahan, Isfahan, Iran

^{4.} Assistant Professor, Faculty of Handicrafts, Isfahan University of Art, Isfahan, Iran

* Corresponding Author, i.zakariaee@aui.ac.ir

ARTICLE INFO

IRA, 2025

VOL. 3, Issue 1, PP, 265-282

Receive Date: 19 February 2025

Revise Date: 17 May 2025

Accept Date: 25 May 2025

Publish Date: 25 May 2025

Original Article

KEYWORDS:

Fractal geometry;
Complexity; Fractional
dimension; Maqeli motifs;
Hakim Mosque

ABSTRACT

Background: Iran's historical architecture has always been inspired by the use of geometry and mathematical principles in its designs. One influential perspective in architecture is the theory of complex systems, which relates to fractal geometry. To date, fractal analysis has been utilized as a practical analytical tool in architecture and urban planning at various scales. The use of geometric order in design, combined with hidden geometry, repetitive patterns, and diverse self-similar motifs, has consistently been a focus in architectural decoration. Fractals are characterized by self-similarity, and the fractal dimension of fractal shapes is fractional, serving as a measure to quantify their complexity, irregularity, texture, and roughness. The Hakim Mosque in Isfahan, a masterpiece of the Safavid era, is rich in maqeli decorations. The repetition of patterns, while preserving proportions and the method of drawing maqeli based on grid networks, indicates the presence of fractal geometry within them. Thus, fractal features can be sought and demonstrated in the dado tile patterns of the Hakim Mosque. Understanding the geometric features of the dado patterns from the perspective of non-Euclidean geometry will aid in better comprehending the characteristics and intellectual roots of traditional Iranian architectural artists. Furthermore, this understanding will influence modern designs while preserving traditions. On the other hand, the visual complexity of an artwork can serve as a criterion for its aesthetics and plays an important role in organizing urban spaces. However, judging the degree of complexity requires precise calculation (Forsythe et al., 2010, pp. 49-50).

Objectives: The aim of this research is to analyze the complexity of the maqeli patterns on the dado tiles of Hakim Mosque in Isfahan using the fractal method. To this end, first, the fractal geometry features-self-similarity and fractal dimension-are examined in the patterns, and then the complexity of the maqeli designs on the dado tiles is studied.

Method: This research is applied in terms of its objective and descriptive-analytical in terms of its methodology. Data collection was conducted through fieldwork involving direct observation and photography, while documentary (library) sources were used to complete the theoretical foundations and introduce fractal structures and maqeli patterns. For analysis, the structure and principles of fractal geometry, as well as the structure of the dado tile patterns, were first described. To this end, nine representative samples of the dado tiles from Hakim Mosque were purposefully selected, all featuring similar knot designs but differing in complexity and density. The existence of fractal geometry in these

Cite this article:

Zakariaee Kermani, I. , Reisi, K. , Jokar, J. and najarpour, S. (2025). Analysis of the complexity of Maqeli patterns in the dados of Hakim Mosque in Isfahan by using the fractal method. *Interdisciplinary Researches of Art*, 3(1), 265-282. doi: 10.22124/ira.2025.29885.1051

patterns was then demonstrated, and the complexity of the dado tile patterns was analyzed. The patterns were initially drawn using AutoCAD software to examine their self-similarity. Then, these patterns were converted into shapefiles and vector files using ArcMap software and imported into Fractalyse software to calculate their fractal dimension. The obtained data were analyzed both qualitatively and quantitatively. After calculating the fractal dimension of the dado patterns, the complexity analysis of the maqeli patterns was conducted based on a reference motif through pattern comparison.

Result: By comparing the dado tile patterns with a common base motif and calculating their fractal dimensions, the study concluded that the maqeli patterns of the Hakim Mosque dado tiles gradually increase in complexity by expanding a base motif. For this purpose, the dado tiles were purposefully divided into three groups of three samples each. For example, in Table 3, three samples with the swastika (pili maqeli) design, which gradually become more complex and fragmented when combined with other knots-resulting in an increased fractal dimension-are compared. The next three samples, shown in Table 4, are similar to interlaced diamond designs, where variations in combination lead to differences in pattern complexity and density, causing changes in their fractal dimensions. Table 5 presents the Zahra and Chahar Selli designs combined in various ways, including with the swastika maqeli pattern, resulting in higher fragmentation, complexity, density, and consequently higher fractal dimensions. This analysis demonstrates how the fractal properties of self-similarity and fractional dimension effectively describe the increasing visual complexity of the maqeli tile patterns in the Hakim Mosque's dados through systematic expansion and combination of base motifs.

Conclusion: This research initially described and analyzed the maqeli tile patterns on the dadoes of Hakim Mosque in Isfahan based on fractal geometry features, self-similarity, and fractal dimension. The results showed that the maqeli patterns on the mosque's dadoes exhibit self-similarity in both their hidden and visible geometries. Additionally, the fractal dimensions of the patterns were fractional, consistent with fractal dimensions. Therefore, it can be concluded that the dado tile patterns possess fractal characteristics. Since fractal shapes have properties such as texture, complexity, fragmentation, smoothness, and roughness-all of which affect fractal dimension-quantifying the complexity, fragmentation, and density of the dado patterns based on their fractal dimensions and categorizing them according to base knot motifs led to the finding that the designer of the mosque's maqeli patterns created visual harmony with the natural environment (such as mountains or plants) by using repetitive rhythms and gradually increasing complexity in the tile designs.

This reflects a simultaneous combination of order and complexity in the design, which in Islamic art is considered a measure of balance between simplicity and complexity. The fractal analysis of the dadoes showed that despite their apparent complexity, the patterns have an underlying order due to the use of a base motif and the presence of self-similarity. This analysis demonstrates that Safavid-era artists, with an intuitive understanding of complex geometry principles, succeeded in creating works that can today be described using advanced mathematical concepts like fractals.

The harmony between traditional art and modern mathematical concepts attests to the deep geometric knowledge of Iranian architects. Considering the research results, the diversity of traditional patterns, and the use of repetitive motifs, it is possible-within a non-Euclidean space and infinite repetition of self-similar patterns and quantification of visual complexity, fragmentation, and density (which serve as criteria for aesthetics and influence urban design)-to create new designs in architectural decoration.

License

This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY 4.0)

Copyright © Authors



تحلیل پیچیدگی نقوش معقلی در ازاره‌های مسجد حکیم اصفهان باروش فرکتال

ایمان زکریایی کرمانی^{۱*}، کیهانه رئیسی^۲، جلیل جوکار^۳، صمد نجاریور جباری^۴

۱. گروه فرش، دانشکده صنایع دستی، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

۲. دانش آموخته کارشناسی ارشد رشته نقاشی ایرانی، دانشکده صنایع دستی، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

۳. مربی دانشکده صنایع دستی دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

۴. استادیار دانشکده صنایع دستی دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان، ایران

* نویسنده مسئول: i.zakariaee@aui.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
پژوهش‌های میان‌رشته‌ای هنر، ۱۴۰۴ دوره ۳، شماره ۱، صفحات ۲۶۵-۲۸۲ تاریخ دریافت: ۱۴۰۳ اسفند تاریخ بازنگری: ۲۷ اردیبهشت ۱۴۰۴ تاریخ پذیرش: ۰۴ خرداد ۱۴۰۴ تاریخ انتشار: ۰۴ خرداد ۱۴۰۴ مقاله پژوهشی کلیدواژه‌ها: هندسه فرکتال، پیچیدگی، بُعد کسری، نقوش معقلی، مسجد حکیم	معماری ادوار گذشته ایران، همواره ملهم از به‌کارگیری هندسه و قواعد ریاضی در ترسیم بوده است. یکی از دیدگاه‌های مؤثر در معماری، نظریه سیستم‌های پیچیده بوده که مربوط به هندسه فرکتال است. تا به امروز تحلیل فرکتال به عنوان ابزار تحلیل کاربردی در رشته معماری و شهرسازی، در مقیاس‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفته است. استفاده از نظم هندسی در طرح، همراه با بهره‌گیری از هندسه پنهان، الگوهای تکرارپذیر و تنوع نقوش خودمتشابه همواره در تزیینات معماری مورد توجه بوده است. آنچه در این پژوهش مورد نظر است ارائه یک روش تحلیل با استفاده از مبانی هندسه فرکتال و اندازه‌گیری بُعد به عنوان روش کمی برای اندازه‌گیری و تحلیل پیچیدگی بصری نقوش کاشی که معیاری برای زیبایی‌شناختی بوده و در طراحی‌های شهری مؤثر است. این پژوهش در پی پاسخ به این پرسش اصلی است که چگونه گسترش یک نقش مایه مبنا می‌تواند سبب افزایش پیچیدگی شود؟ این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر روش توصیفی - تحلیلی است. روش داده‌اندوزی میدانی، کتابخانه‌ای و تحلیل ابعاد گره‌ها با استفاده از نرم‌افزار فرکتالیز انجام شده است. با تجزیه و تحلیل نقوش معقلی چند نمونه از ازاره‌های مسجد حکیم از دیدگاه فرکتال (خودمتشابهی و بُعد کسری) و جوه خودمتشابه و تکرار شونده‌گی در هندسه پنهان و پیدای نقوش معقلی ازاره‌ها متجلی شد. همچنین نقوش دارای بُعد کسری بودند و با ابعاد فرکتالی انطباق داشتند. با مقایسه ازاره‌های دارای یک نقش مایه مبنا و پیچیدگی متفاوت این نتیجه حاصل شد که این نقوش با افزایش تدریجی پیچیدگی، هماهنگی بصری با محیط طبیعی را حفظ کرده و با وجود پیچیدگی ظاهری از نظم زیربنایی به دلیل استفاده از یک نقش مایه مبنا و داشتن ویژگی خودمتشابهی برخوردارند این مورد نشان‌دهنده ترکیب هم‌زمان نظم و پیچیدگی در طراحی است که در هنر اسلامی از آن به عنوان معیاری برای سنجش تعادل میان سادگی و پیچیدگی استفاده می‌شود.

ارجاع به این مقاله: زکریایی کرمانی، ایمان، رئیسی، کیهانه، جوکار، جلیل و نجاریور جباری، صمد. (۱۴۰۴).

تحلیل پیچیدگی نقوش معقلی در ازاره‌های مسجد حکیم اصفهان باروش فرکتال. پژوهش‌های

میان‌رشته‌ای هنر، ۳(۱)، ۲۶۵-۲۸۲. doi: 10.22124/ira.2025.29885.1051

مقدمه

فرکتال هندسه نوینی است که هنرمندان حتی به صورت ناخودآگاه با الگوگیری از طبیعت در تزئینات بنا به کار برده‌اند. آنها در واقع نظم فرکتال موجود در طبیعت را در تزئینات هنر اسلامی به کار می‌گرفتند. هنرمند معمار با کمک هندسه در تزئینات، نگرش و احساسات و تفکر خود را به تصویر می‌کشد. تا کنون نظریات متفاوت در مورد نقوش سنتی ایرانی داده شده است. از نظر محقق آمریکایی پروفسور آرتور پوپ ایرانیان دارای تفکر ریاضی در طراحی‌های خود بوده‌اند؛ از طرفی تقلید مستقیم از طبیعت را ناپسند دانسته و از آن برداشت انتزاعی می‌کردند (Dargi & Farrokhtar, 2914, 9). فرکتال‌ها دارای ویژگی خودمتشابهی هستند، همچنین بُعد اشکال فرکتال به صورت کسری است که معیاری برای کمی‌سازی میزان پیچیدگی، بی‌نظمی، بافت و ناهمواری آنها است. مسجد حکیم اصفهان از شاهکارهای دوره صفوی بوده که سرشار از تزئینات معقلی است. تکرار نقوش، با حفظ تناسبات و نحوه ترسیم نقوش معقلی براساس شبکه‌های شطرنجی گویای وجود هندسه فرکتال در آنها است. در این صورت می‌توان ویژگی‌های فرکتال‌ها را در نقوش ازاره‌های مسجد حکیم جست‌وجو و اثبات کرد. شناخت ویژگی‌های نقوش هندسی ازاره‌ها از دیدگاه هندسه ناقلیدسی به شناخت بهتر ویژگی‌های نقوش و ریشه‌های فکری هنرمندان بناهای سنتی ایران کمک خواهد کرد. همچنین جهت طراحی‌های مدرن با حفظ سنت‌ها تاثیرگذار خواهد بود. از سوی دیگر پیچیدگی‌های بصری یک اثر هنری می‌تواند معیاری برای زیبایی‌شناختی آن باشد و در سامان‌دهی فضاهای شهری نقش مهمی را ایفا کند. اما قضاوت در مورد میزان پیچیدگی نیازمند محاسبه دقیق آن است (Forsythe et al, 2011, 49-50). هدف این پژوهش تحلیل پیچیدگی نقوش معقلی در ازاره‌های مسجد حکیم اصفهان با روش فرکتال است. به این منظور ابتدا ویژگی‌های هندسه فرکتال (خود متشابهی و بُعد کسری) در نقوش بررسی و سپس به مطالعه پیچیدگی نقوش معقلی در ازاره‌ها پرداخته می‌شود.

این پژوهش در ابتدا به توصیفی اجمالی در مورد هندسه فرکتال و ویژگی‌های آن و عوامل مؤثر بر بُعد فرکتال می‌پردازد و سپس به معرفی مسجد حکیم، توصیف و تجزیه و تحلیل نمونه‌های انتخابی ازاره‌ها خواهد پرداخت. جهت پاسخ به پرسش پژوهش ابتدا چند نمونه از ازاره‌های مسجد حکیم پس از خطی شدن برای اثبات خود متشابهی مورد تحلیل قرار می‌گیرد. سپس بُعد آنها با کمک نرم‌افزار محاسبه می‌شود و در نهایت پیچیدگی و نامنظمی نقوش معقلی ازاره‌ها با کمک بُعد فرکتال به صورت مقایسه‌ای تحلیل و بررسی خواهد شد. از آنجاکه در پس نقوش پیچیده، قوانینی هندسی و ریاضی وجود دارد، شناخت آنها باعث درک بهتر زیبایی‌شناسی و هماهنگی بصری اثر می‌شود. از طرفی این گونه تحلیل‌ها و شناخت نوع پیچیدگی می‌تواند در بازسازی و مرمت آن آثار و همچنین طراحی‌های نوین با توجه به سنت کمک‌کننده باشد.

مبانی نظری

هندسه فرکتال

علم فرکتال به عنوان یک دیدگاه جدید در هندسه واقعی طبیعت که توسط ریاضی دان فرانسوی بنوا مندلبروت پیشنهاد شده است، جنبه های هندسی ساختارهای طبیعی را مطالعه می کند. به اعتقاد او جهان دارای ابعاد فرکتالی و ساختارهای طبیعی دارای خواص فرکتالی هستند. فرکتال شکل، الگو یا فرآیندی را توصیف می کند که خودمتشابه یا خودمانا^۱ باشد. آنها ساختارهای نامنظم و پیچیده ای هستند که قبلاً تصور می شد از ریاضیات سرپیچی می کنند (Ziukelis et al, 2022, 2). فرم فرکتال به عنوان یک شکل هندسی تکه تکه شناخته می شود که می تواند به تعداد بی نهایت کپی با اندازه کاهش یافته از کل فرم تقسیم شود. خودشباهت یکی از ویژگی های برجسته فرم های فرکتال است (Ismail Attia, 2020, 1). طبق قانون خودشباهت، یک فرکتال ساختارهای خودمتشابهی را در سطوح مختلف تولید می کند تا در مرحله بعد، سلسله مراتبی از ارتباطات را ایجاد کند (Ghouchani & Mokaberian, 2022, 1237). یکی دیگر از ویژگی های فرکتال ها بُعد فرکتالی یا بُعد کسری است که بیان می کند با چه سرعتی یک منحنی فرکتال از یک تکرار به تکرار دیگر به سمت بی نهایت می رود یا یک فرکتال برای اندازه گیری ضریب شباهت به خود چقدر فضا پر می کند. هر شیء می تواند بُعد فرکتال داشته باشد اما هندسه فرکتال نداشته باشد (Abdelsalam & Ibrahim, 2019, 31). این به این معنا است که خودشباهت از ویژگی های ضروری فرکتال ها است.

عوامل مؤثر بر بُعد فرکتال

بُعد یکی از ویژگی های مهم هندسه فرکتال است که کاربردهای زیادی در بسیاری از زمینه ها از جمله پردازش تصویر، تجزیه و تحلیل تصویر و تقسیم بندی بافت دارد. هندسه فرکتال به منظور تشریح خطوط، سطوح و احجام درهم پیچیده و نامنظم به کار می رود که دارای بُعدی مابین ابعاد صحیح اقلیدسی هستند (Mandelbrot, 1982, 44). این هندسه برای توصیف اشکال پیچیده کارآمد است، در صورتی که هندسه اقلیدسی نمی تواند موفق به انجام این کار شود؛ همچنین برای طبقه بندی و شناسایی و کمی سازی ویژگی های تصویر مانند ناهمواری^۲ و صافی^۳ و ارزیابی ابعاد پیچیدگی^۴ یک تصویر به کار می رود. بُعد فرکتال اغلب به عنوان یک پارامتر پیچیدگی، برای تعیین میزان ناهمواری سطح، یا برای طبقه بندی بافت ها یا الگوهای خط استفاده می شود و در نتیجه نشان دهنده تنوع در سطوح مختلف خاکستری است که بر روی سطح ایجاد می شود (Sandau, 1997, 164). بُعد فرکتال معیاری برای کمی سازی عباراتی مانند نامنظم، پیچیده و ناهموار است. در واقع هندسه فرکتال به چنین جملاتی معنا می بخشد (Lesmoir-Gordon, 2010, 4).

مسجد حکیم

مسجد حکیم از مساجد چهار ایوانی اواخر دوره صفوی در منطقه باب‌الدشت اصفهان است. این مسجد توسط حکیم داوود در محل ویرانه‌های مسجد جورجیر ساخته شد؛ لذا به مسجد جورجیر نیز شناخته می‌شود (Sartipi et al., 2017, 284). این بنا دارای چهار شبستان است که سه شبستان در ایوان جنوبی و شبستان زمستانی در ضلع غربی آن واقع شده است (Mahr-al-Naqsh, 1997, 76). (ماهر النقش، ۱۳۷۶، ۷۶). مسجد حکیم که مانند دیگر بناهای دوره صفوی از آجر ساخته شده، دارای کاشی‌های هفت‌رنگ، معرق و معقلی بوده که بیشتر تزئینات بنا معقلی است (Meysami, 2009, 25). تمامی ازاره‌های مسجد به غیر از یک مورد که در ایوان شمالی است، در ایوان جنوبی آن قرار دارد.

پیشینه پژوهش

هندسه فرکتال از جهات مختلف در معماری و تزئینات آن بررسی شده است. رئیسی و همکاران در مقاله «واکاوی هندسه فرکتال در کاشی‌های منقش معقلی پشت بغل قوس ایوان شمالی مسجد حکیم» (Reisi et al, 2024) به بررسی هندسه فرکتال در نقوش معقلی و محاسبه بُعد آن به روش جعبه شمار پرداخته‌اند. مصطفایی در مقاله‌ای با عنوان «هندسه در هندسه؛ بررسی وجود بُعد فرکتال در ورودی مسجد شیخ لطف‌الله و اثر آن بر باز تعریف معنای مکان» (Mostafaei, 2022) فضای ورودی مسجد شیخ لطف‌الله، را از دیدگاه فرکتال بررسی و اثبات کرده است که از جمیع جهات از جمله عملکرد، طرح ساخته شده در این مسجد، بهینه‌ترین است. میریان در مقاله خود تحت عنوان «نقش فرکتال‌ها در هندسه و ریاضیات و ارتباط آن با نقوش اسلامی در ابنیه‌ها و مساجد ایران» (Mirian, 2011) بررسی وجوه مشابهت هندسه فرکتال با نقوش اسلامی از نظر خودمتشابهی، تکرار یونیت سل‌ها و داشتن قانون تکاثر پرداخته است و به این نتیجه رسیده که مشابهت‌هایی بین نقوش هندسی و فرکتال‌ها وجود دارد. مقاله «بررسی ویژگی‌های هندسی گره‌ها در تزئینات اسلامی از دیدگاه هندسه فرکتال» (Belilan Asl et al., 2011) به مطالعه ساختار هندسی گره‌ها و مقایسه آنها با هندسه فرکتال پرداخته و ویژگی‌های مشترک فرکتال‌ها با گره‌ها را بیان کرده است. مبینی و فتح‌الهی در مقاله‌ای با عنوان «بررسی جایگاه هندسه فرکتال در هنر و چگونگی ظهور آن در هنرهای تجسمی» (Mobini & Fathollahi, 2014) به دنبال یافتن کاربردهای هندسه فرکتال در هنرهای تجسمی بوده و به بررسی هندسه فرکتال در هنرهای معماری، شهرسازی و نقاشی پرداخته‌اند. فروغ مدنی و همکاران (۱۳۹۳) در مقاله «ارزیابی جداره‌های خیابان چهارباغ اصفهان و ارائه الگو برای آن با به کارگیری هندسه فرکتال» (Madani et al., 2014) به محاسبه بُعد فرکتال یکی از محورهای اصلی اصفهان و استفاده از آن عدد

بعد در سامان‌دهی خیابان‌های تاریخی اصفهان پرداخته شده است. بیک‌زاده و فروزان‌فر در پژوهش خود با عنوان «تحلیل گره‌های هندسی در معماری اسلامی بر اساس محاسبه عدد فرکتال» (Beikzadeh & Forouzanfar, 2015) یک روش ابداعی درخصوص تحلیل بُعد کسری انواع گره‌های هندسی بر مبنای محاسبه عدد فرکتال پیشنهاد داده و محاسبه عدد فرکتال برای پنج نمونه از گره‌های هندسی مختلف پرکاربرد در معماری اسلامی با استفاده از روش جعبه‌شمار انجام داده‌اند. در مقاله «بررسی ویژگی‌های هندسی گره در معماری اسلامی» (Hayati & Aghamohammadi, 2016) به بررسی ویژگی‌های گره‌ها که به دلیل تنوع، کثرت، پیچیدگی، آهنگ، توازن قابل قیاس با ویژگی‌های هندسه فرکتال بوده، پرداخته شده است. در مقاله‌ای با عنوان «بررسی نظم در معماری اسلامی ایران با رویکرد هندسه فرکتال در تزئینات» (نمونه موردی گنبد شیخ لطف‌الله) (Beig Mohammadi & Panahi, 2017) به بررسی رابطه هندسه فرکتال و معماری اسلامی و ارتباط بین نقوش اسلامی و هندسه فرکتال پرداخته شده و نشان می‌دهد که هندسه فرکتال از زمان شکل‌گیری هنر معماری اسلامی در طراحی هنرمندان رایج بوده است. کیلان و لین به بررسی هندسه فرکتال در الگوهای اسلامی و خلق آثار فرکتالی با استفاده از نقوش اسلامی با کمک تکرار نقش در مقیاس‌های مختلف و پرکردن فضاهای خالی با کمک اجزای همان نقش پرداخته است (Kaplan & Lin, 2023). آتیا در مقاله «اشکال فرکتال در طراحی اسلامی و تأثیر آن بر ساکنان محیط داخل» (Attia, 2020) به بررسی هندسه فرکتال در مسجد سلطان حسن مصر پرداخته است. این پژوهش همچنین خلق اشکال فرکتال با نسبت طلایی و غیرطلایی اسلامی معاصر با تعداد زیادی تکرار را با استفاده از نرم‌افزار پیشنهاد می‌کند که می‌تواند در طراحی داخلی استفاده شود. رضا زاده در مقاله «تحلیل بصری و ساختاری هندسه فرکتال در تزئینات مسجد شیخ لطف‌الله» (Rezazadeh, 2020) تزئینات مدرسه شیخ لطف‌الله اصفهان از قبیل مقرنس‌ها، زیرگنبد، پلان، برش و نمای معماری آن را از دیدگاه هندسه فرکتال بررسی کرده است. عبدالسلام و ابراهیم در مقاله «بعد فرکتال معماری اسلامی» (Abdelsalam & Ibrahim, 2018) به بررسی هندسه فرکتال در تزئینات معماری مدرسه السلطان حسن پرداخته است. خامجانه و بن اسلیمانه در مقاله خود با عنوان «میانگین طلایی، فرکتال‌ها و الگوهای هندسی اسلامی» (Khamjane & Benslimane, 2017) به کشف برخی از جنبه‌های زیبایی مربوط به خصوصیات ریاضی، مانند نسبت‌های طلایی و هندسه فرکتال در هندسه هنر اسلامی پرداخته‌اند. نایاک و میشر در مقاله «محاسبه بُعد فرکتال تصاویر رنگی» (Nayak & Mishra, 2017) به محاسبه بُعد فرکتال تصاویر رنگی بافت‌ها و ناهمواری‌های مختلف پرداخته‌اند. در پژوهش‌های دیگر خطوط کوفی بنایی و نقوش معقلی مسجد حکیم از نظر ساختاری و هندسی، مفاهیم و مضامین و فنون بصری مورد مطالعه قرار گرفته‌اند (Zomoroshidi, 2011; Hazrat Gholizadeh, 2015; Keshavarzi Miyandashti et al., 2017; Olad Ghobad, 2018; Gharagozlou, 2017; Sartipi, B., & Vali Beig, 2017).

با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده، پژوهش در مورد تحلیل فرکتالی نقوش هندسی کاشی‌کاری در دوره صفوی کم‌رنگ بوده و پیرامون کاشی‌های معقلی ازاره‌های مسجد حکیم اصفهان، از منظر هندسه فرکتال پژوهشی یافت نشد. از طرفی آنچه در این پژوهش مورد توجه است تحلیل پیچیدگی نقوش معقلی در ازاره‌های مسجد حکیم با روش فرکتال است که پژوهشی در این مورد نیز دیده نشد. در پژوهش‌های انجام‌شده محاسبه بُعد فرکتال انجام شده اما از آن در جهت تحلیل نقوش استفاده نشده است. در این پژوهش از بُعد فرکتال به عنوان یک ابزار جهت تحلیل پیچیدگی نقوش معقلی استفاده می‌شود.

روش پژوهش

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر روش توصیفی - تحلیلی است. برای گردآوری اطلاعات به صورت میدانی از نوع مشاهده مستقیم و تصویر برداری و به منظور تکمیل مبانی نظری و معرفی ساختارهای فرکتالی و نقوش معقلی مورد نظر از منابع اسنادی (کتابخانه‌ای) استفاده شده است. برای تجزیه و تحلیل ابتدا توصیف ساختار و مبانی هندسه فرکتال و ساختار نقوش ازاره‌ها انجام شد. بدین منظور ۹ نمونه از ازاره‌های مسجد حکیم به صورت هدفمند نمونه شاخص با طرح گره مشابه و پیچیدگی و تراکم متفاوت انتخاب و سپس به اثبات وجود هندسه فرکتال و تحلیل پیچیدگی در نقوش ازاره‌ها پرداخته شد. به این صورت که پس از ترسیم نقوش با نرم افزار اتوکد به بررسی خودمتشابهی در آنها پرداخته می‌شود. سپس آن نقوش از طریق نرم افزار آرک‌مپ^۵ تبدیل به فایل با پسوند شیپ^۶ و به صورت فایل وکتور (برداری)^۷ وارد نرم افزار فرکتالیز^۸ شده و بُعد فرکتال آن محاسبه می‌شود. اطلاعات به دست آمده به صورت کیفی و کمی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. پس از محاسبه بُعد فرکتال نقوش ازاره‌ها، تحلیل پیچیدگی نقوش معقلی با یک نقش مایه مبنا از طریق مقایسه نقوش انجام می‌شود.

یافته‌ها و بحث

تحلیل فرکتالی ازاره‌های مسجد حکیم

قبل از تحلیل پیچیدگی نقوش معقلی ازاره‌ها به بررسی ویژگی‌های هندسه فرکتال (خودمتشابهی و بُعد کسری) در نقوش ازاره‌ها برای اثبات فرکتالی بودن آنها پرداخته می‌شود.

ویژگی خودمتشابهی

با در نظر گرفتن نمونه خطی شده این نقوش و تحلیل آن، مربع‌های کوچک به کژار تکرار می‌شوند و از طرفی این مربع‌های کوچک درون مربع‌های بزرگ تر قرار می‌گیرند. این مورد در هندسه پیدا و پنهان طرح به خوبی قابل مشاهده است. در این نمونه‌ها می‌توان مربع لوزی‌هایی در اندازه‌های

مختلف در نظر گرفت که با یکدیگر همپوشانی دارند. از طرفی در راستای اضلاع، مربع‌های سازنده طرح و با توجه به هندسه پنهان آن می‌توان مربع‌های متحدالمركز و یا متداخل در نظر گرفت که دارای ویژگی خودمانایی هستند. در هندسه آشکار این نمونه‌ها، اجزایی از طرح که متشکل از مربع‌های کوچک هستند و در مقیاس‌های مختلف تکرار و دچار چرخش می‌شوند، وجود دارد. این اجزاء همراه با تکرار و شکست در کل طرح گسترش می‌یابند. موارد ذکرشده دلایلی بر اثبات ویژگی خودمتشابهی در این نمونه‌هاست. در نمونه‌های متقارن تحلیل در یک قسمت آن انجام شده است (جدول ۱).

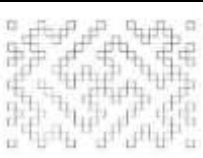
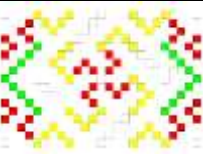
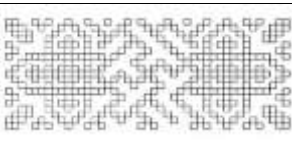
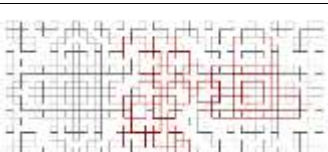
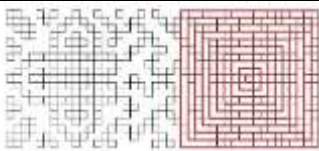
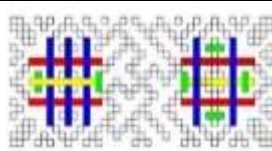
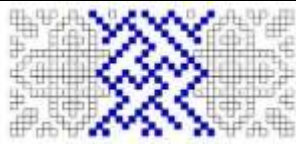
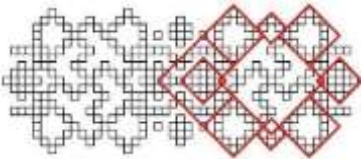
محاسبه بُعد

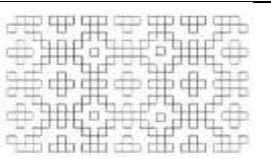
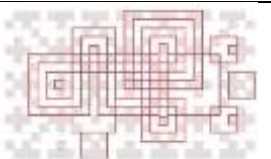
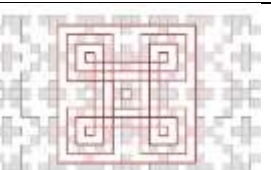
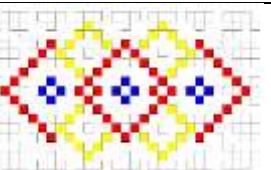
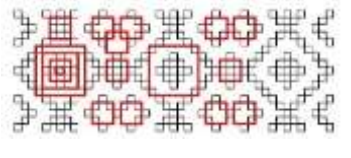
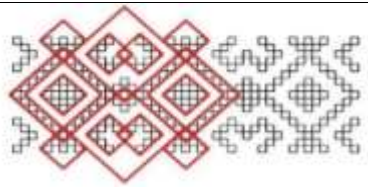
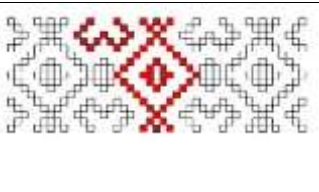
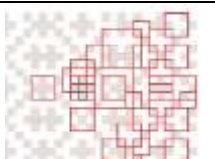
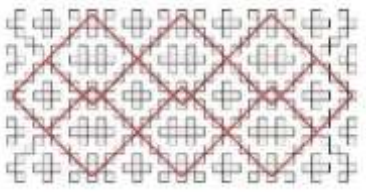
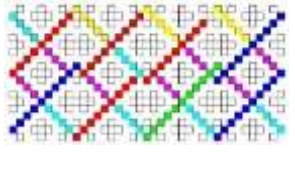
بُعد نمونه‌ها به کمک نرم‌افزار فرکتالیز به روش جعبه‌شمار انجام می‌شود. روش جعبه‌شمار، یکی از پرکاربردترین روش‌های محاسبه بُعد است. تعریف آن حداقل به دهه (۱۹۳۰م.) برمی‌گردد (Falconer, 2014, 41). محاسبه بُعد توسط نرم‌افزار با روش جعبه‌شمار در چهار مرحله انجام می‌شود. در مرحله اول شبکه‌ای از مربع‌ها را روی تصویر موردنظر قرار داده و تعداد مربع‌های پایین تصویر شمارش می‌شود ($1/s$). تعداد مربع‌های پوشاننده تصویر نیز شمارش می‌شود $N(s)$. بُعد فرکتال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

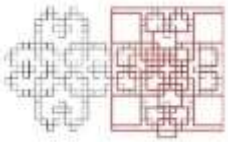
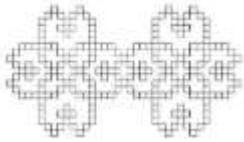
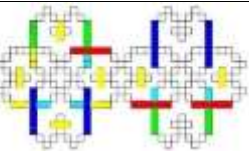
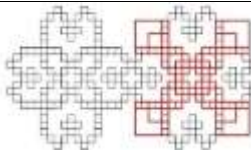
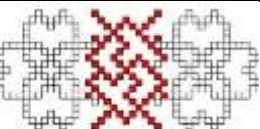
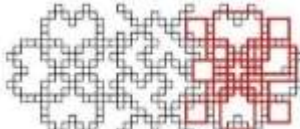
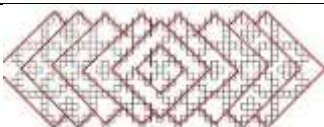
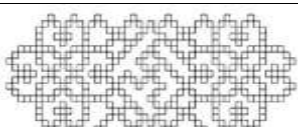
$$D_b = \frac{[\log(N(s_2)) - \log(N(s_1))]}{[\log(\frac{1}{s_2}) - \log(\frac{1}{s_1})]}$$

در مرحله بُعد با نصف کردن اندازه مربع‌ها، تعداد مربع‌های پایین تصویر دوبرابر شده و مربع‌های پوشاننده تصویر نیز شمارش می‌شود. این کار تا دو مرحله دیگر ادامه می‌یابد؛ به این دلیل که محاسبه بُعد فرکتال یک فرایند تدریجی است و برای محاسبه با دقت بیشتر باید اندازه مربع‌ها به تدریج کوچک شود تا به طور تقریبی بر روی نقش بنشینند. قراردادن شبکه مربع‌ها و محاسبه بُعد توسط نرم‌افزار به طور خودکار انجام می‌گیرد. نمودار نقاط با مختصات $\log(1/S)$ و $\log(N)$ ترسیم می‌شوند و یک خط راست برای نقاط در نمودار قرار داده می‌شود. شیب این خط برابر بُعد فرکتال است (جدول ۲). محاسبه بُعد تمامی نمونه‌ها با این روش انجام می‌گیرد. در ادامه بُعد بقیه نقوش ازاره‌ها با نرم‌افزار فرکتالیز به شیوه ذکرشده محاسبه شده است. با توجه به جدول ۱، تمامی بُعدهای محاسبه شده به صورت کسری بوده و منطبق بر ابعاد فرکتال است. لذا با اثبات ویژگی خودمتشابهی و بُعد کسری در نقوش ازاره‌ها وجود هندسه فرکتال در آنها اثبات شد.

جدول ۱. تحلیل خودمانایی نمونه‌ها

تصویر نمونه ۱: پیلی معقلی	نمونه خطی شده. بُعد: ۱/۴۲	خودمانایی براساس مربع
		
خودمانایی براساس مربع‌های متحد‌المركز	خودمانایی در اجزای طرح	خودمانایی در اجزای طرح همراه با شکست
		
تصویر نمونه ۲: پیلی معقلی و چهارسلی مربع‌دار	نمونه خطی شده. بُعد: ۱/۸۳	خودمانایی براساس مربع
		
خودمانایی براساس مربع‌های متحد‌المركز	خودمانایی در اجزای طرح	خودمانایی در اجزای طرح همراه با شکست
		
تصویر نمونه ۳: پیلی معقلی و چهار سلی	نمونه خطی شده. بُعد: ۱/۷۶	خودمانایی براساس مربع
		
خودمانایی براساس مربع لوزی	خودمانایی در اجزای طرح همراه با شکست	
		

تصویر نمونه ۴: لوز و طبل معقلی	نمونه خطی شده. بُعد: ۱/۵۱	خودمانایی براساس مربع
		
خودمانایی براساس مربع‌های متحدالمرکز	خودمانایی براساس مربع	خودمانایی در اجزای طرح همراه با شکست
		
تصویر نمونه ۵: لوز و طبل معقلی	نمونه خطی شده. بُعد: ۱/۷۴	خودمانایی براساس مربع
		
خودمانایی براساس مربع لوزی		خودمانایی در اجزای طرح همراه با شکست
		
تصویر نمونه ۶: لوزی و طبل معقلی	نمونه خطی شده. بُعد: ۱/۷۸	خودمانایی براساس مربع
		
خودمانایی براساس مربع لوزی متداخل	خودمانایی براساس لوزی	خودمانایی در اجزای طرح همراه با شکست
		

خودمانایی براساس مربع	نمونه خطی شده، بُعد: ۱/۷۰	تصویر نمونه ۷: چهار سلی و زهره معقلی
		
خودمانایی در اجزای طرح	خودمانایی براساس مربع متداخل	
		
خودمانایی براساس شکست اجزا	نمونه خطی شده، بُعد: ۱/۷۱	تصویر نمونه ۸: پیلی و چهار سلی و زهره معقلی
		
خودمانایی در اجزای طرح	خودمانایی براساس مربع لوزی متداخل	
		
خودمانایی براساس لوزی متداخل	نمونه خطی شده، بُعد: ۱/۷۴	تصویر نمونه ۹: چهار سلی و زهره معقلی
		
خودمانایی در اجزای طرح	خودمانایی براساس مربع	
		

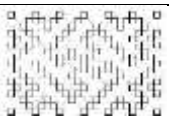
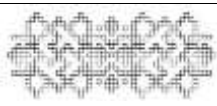
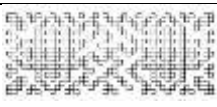
جدول ۲. محاسبه بُعد یکی از نقوش ازاره‌ها

مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳	مرحله ۴
		نمونه خطی شده	
		بُعد فرکتال	۱/۷۰

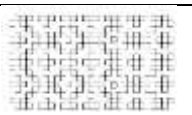
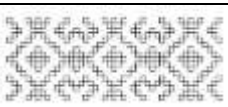
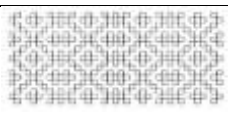
بحث

در این پژوهش به منظور بررسی ویژگی‌های هندسه فرکتال در ازاره‌های مسجد حکیم اصفهان ۹ نمونه از ازاره‌ها انتخاب و به توصیف و تحلیل آن‌ها پرداخته شد. در هریک از نمونه‌ها ویژگی‌های هندسه فرکتال (خودمانایی و بُعد کسری) به طور جداگانه بررسی شد. ویژگی خودمانایی در نمونه خطی شده، شامل تکرار نقش‌ها در مقیاس‌های مختلف همراه با دوران و چرخش، در هندسه پنهان و پیدای طرح به دلیل مجاورت، همپوشانی و تداوم نقش‌ها متجلی بود. اجزای تکرارشونده در طرح با مقیاس‌های مختلف در هندسه پنهان و آشکار نقش درعین بی‌نظمی دارای یک نظم کلی بودند که این از ویژگی‌های بارز فرکتال است. بُعد نمونه‌ها به کمک نرم افزار به روش جعبه‌شمار محاسبه شد. بُعدها کاملاً منطبق بر بُعد فرکتال یعنی اعشاری بودند. با مقایسه نقوش ازاره‌ها با نقش مایه مبنای مشترک و محاسبه بُعد فرکتال، پژوهش به این نتیجه دست یافت که نقوش معقلی ازاره‌های مسجد حکیم با گسترش یک نقش مایه مبنای به تدریج دچار پیچیدگی شده‌اند. برای این منظور ازاره‌ها به سه دسته سه‌تایی به صورت هدف‌مند تقسیم‌بندی شدند. به عنوان مثال در جدول ۳ سه نمونه با طرح پیلی معقلی یا سواستیکا که به تدریج در ترکیب با گره‌های دیگر پیچیدگی و شکست آن بیشتر می‌شود و در نتیجه عدد بُعد افزایش می‌یابد با یکدیگر مقایسه شده‌اند. سه نمونه بعدی نمونه‌های مشابه با طرح لوزی‌های متداخل هستند که با ترکیب‌های مختلف، پیچیدگی و تراکم نقش در آنها متفاوت است و همین تفاوت در پیچیدگی نقش باعث تغییر بُعد در آن‌ها شده است (جدول ۴). در جدول ۵ طرح زهره و چهار سلی به روش‌های مختلف در ترکیب با یکدیگر و همچنین ترکیب با طرح پیلی معقلی دچار شکست و پیچیدگی و تراکم بالا در نقش شده و عدد بُعد هم بالاتر رفته است.

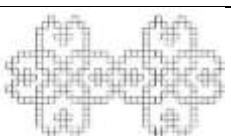
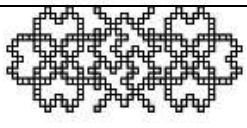
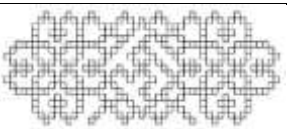
جدول ۳. نسبت پیچیدگی نقش ازاره‌ها با طرح سواستیکا با بُعد فرکتال

شماره	نقش	نمونه خطی شده	عدد بُعد
۱			۱/۴۲
۲			۱/۷۶
۳			۱/۸۳

جدول ۴. نسبت تراکم نقش ازاره‌ها با طرح لوزی با بُعد فرکتال (نگارندگان)

شماره	نقش	نمونه خطی شده	عدد بُعد
۱			۱/۵۱
۲			۱/۷۴
۳			۱/۷۸

جدول ۵. نسبت پیچیدگی نقش ازاره‌ها با طرح زهره و چهار سلی با بُعد فرکتال

شماره	نقش	نمونه خطی شده	عدد بُعد
۱			۱/۷۰
۲			۱/۷۱
۳			۱/۷۴

نتیجه‌گیری

این پژوهش در ابتدا به توصیف، تجزیه و تحلیل کاشی‌کاری معقلی ازاره‌های مسجد حکیم اصفهان براساس ویژگی‌های هندسه فرکتال (خودمانایی و بُعد کسری) پرداخت و این نتیجه به دست آمد که نقوش معقلی ازاره‌های مسجد حکیم دارای ویژگی خودمتمشابهی در هندسه پنهان و پیدای خود هستند. همچنین بُعد نقوش منطبق بر ابعاد فرکتال یعنی اعشاری بودند. لذا می‌توان به این نتیجه رسید که نقوش ازاره‌ها دارای خصوصیت اشکال فرکتالی هستند. از آنجاکه شکل فرکتالی خصوصیتی چون بافت، پیچیدگی، شکستگی، صافی و ناهمواری دارد، همه این خصوصیات در بُعد فرکتال تأثیرگذار است. پس از کمی‌سازی میزان پیچیدگی، شکست و تراکم نقوش ازاره‌ها و با توجه به اعداد بُعد به دست آمده برای نقوش و دسته‌بندی آنها براساس طرح گره (نقش مایه مبنا) و مقایسه عدد فرکتال با نقش، پژوهش به این نتیجه دست یافت که طراح نقوش معقلی ازاره‌های مسجد حکیم با استفاده از ریتم‌های تکرارشونده و افزایش تدریجی پیچیدگی در طراحی کاشی‌ها، هماهنگی بصری با محیط طبیعی (مانند کوه‌ها یا گیاهان) را ایجاد کرده است. این مورد نشان‌دهنده ترکیب هم‌زمان نظم و پیچیدگی در طراحی است که در هنر اسلامی از آن به عنوان معیاری برای سنجش تعادل میان سادگی و پیچیدگی استفاده می‌شود. تحلیل فرکتالی ازاره‌ها نشان داد که این نقوش با وجود پیچیدگی ظاهری از نظم زیربنایی به دلیل استفاده از یک نقش مایه مبنا و همچنین داشتن ویژگی خودمتمشابهی برخوردارند. این تحلیل نشان می‌دهد که هنرمندان دوره صفوی با درک شهودی از اصول هندسه پیچیده، موفق به خلق آثاری شده‌اند که امروزه با مفاهیم پیشرفته ریاضی مانند فرکتال‌ها قابل توصیف است. این هماهنگی بین هنر سنتی و مفاهیم مدرن ریاضی، گواهی بر عمق دانش هندسی معماران ایرانی است. با توجه به نتایج پژوهش و تنوع در نقوش سنتی، همچنین استفاده الگوهای تکرارپذیر، می‌توان در فضای ناقلیدسی و تکرار نامتناهی نقوش خودمتمشابه و کمی‌سازی میزان پیچیدگی بصری، شکست و تراکم نقوش، که معیاری برای زیبایی‌شناختی است و در طراحی‌های شهری مؤثر است، زمینه‌ای را برای ایجاد طرح‌های جدید در تزیینات معماری ایجاد کرد.

پی‌نوشت

1. self-similar
2. Roughness
3. Smoothness
4. Complexity
5. Arc Map 10.8.2

۶. شیب فایل (Shapefile) یک فرمت ساده و غیرتوپولوژیکی برای ذخیره موقعیت هندسی و اطلاعات مربوط به خصوصیات یک عارضه جغرافیایی است. عوارض جغرافیایی موجود درون یک شیب (Shapefile) فایل می‌توانند از طریق نقطه، خط یا سطوح چندضلعی نمایش داده شوند.

7. vector

8. (Fractalys-3.0-0.9.1)

References

- Abdelsalam, M., & Ibrahim, M. (2018). Fractal dimension of Islamic architecture: The case of the Mameluke, Madrasas: Al-Sultan Hassan Madrasa. *Journal of Science*, 32(1), 27–37.
- Beig Mohammadi, M., & Panahi, S. (2017). Study of order in Iranian Islamic architecture with a fractal geometry approach in decorations; Case study: Sheikh Lotfollah Dome. *National Conference on Mathematical Modeling in Engineering Sciences, Islamic Azad University, Abhar Branch*, 1–5. (In Persian)
- Beikzadeh, Sh., & Forouzanfar, F. (2015). Analysis of geometric knots in Islamic architecture based on fractal number calculation. *National Conference on Iranian-Islamic Architecture and Urbanism, Payame Noor University of Guilan*, 1–8. (In Persian)
- Belilan Asl, L., Setarzadeh, D., Khorshidian, S., & Noori, M. (2011). A study of the geometric features of knots in Islamic decorations from the perspective of fractal geometry. *Iranian Islamic City Studies Quarterly*, 6, 83–87. (In Persian)
- Dargi, F., & Farrokhfar, F. (2014). Algorithm of practical geometry in the structure of Islamic architecture based on fractal order (Case study: Jameh Mosque of Darab). *International Conference on Research in Science and Technology, Kuala Lumpur, Malaysia*, 2–17. (In Persian)
- Falconer, K. (2003). *Fractal geometry: Mathematical foundations and applications* (2nd ed.). Wiley.
- Forsythe, A., Nadal, M., Sheehy, N., & Sawey, N. (2011). Predicting beauty: Fractal dimension and visual complexity in art. *British Journal of Psychology*, 102, 49–70.
- Gharagozlou, S. (2017). Geometric analysis and brick and tilework patterns of the Safavid period (Case study: Hakim Mosque, Isfahan). *Third International Congress on Contemporary Middle Eastern Architecture and Urbanism, Tehran*. (In Persian)
- Ghouchani, M., & Mokaberian, M. (2022). Fractal dimension of Islamic architecture: The structure of the “Patkaneh” in the dome of the Jame’ Mosque of Ardestan, *Journal of Science*, 35(4), 1233–1246.
- Hayati, H., & Aghamohammadi, H. (2016). Investigation of the geometric features of knots in Islamic architecture. *Applied Science Studies in Engineering*, 2(1), 13–28. (In Persian)
- Hazrat Gholizadeh, S. (2015). Analysis and study of tilework patterns and scripts in Hakim Mosque, Isfahan. *International Conference on Human, Architecture, Civil Engineering, and Urbanism, Tabriz*. (In Persian)
- Attia, D. I. (2020). The fractal shapes in Islamic design & its effects on the occupiers of the interior environment (Case study: El Sultan Hassan mosque in Cairo). *Journal of Architecture, Arts and Humanistic Science*, 5(1), 123–144.
- Kaplan, C., & Lin, R. (2023). Freeform Islamic geometric patterns. *arXiv preprint, arXiv:2301.01471v1*, 1–20.

- Keshavarzi Miyandashti, H., & Fizabi, B. (2017). Typology of Kufic script (Maqeli) based on design methods and execution techniques. *Iranian Industrial Arts*, 1, 47–61. (In Persian)
- Khamjane, A., & Benslimane, R. (2017). Golden mean, fractals and Islamic geometric patterns. *Frontiers in Science and Engineering International Journal*, 7(1), 5–15.
- Lesmoir-Gordon, N. (2010). *The colors of infinity: The beauty and power of fractals*. Springer.
- Mobini, M., & Fathollahi, N. (2014). Study of the role of fractal geometry in art and its manifestation in visual arts. *Semi-Annual Journal, Shahid Chamran University of Ahvaz*, 6, 7–23. (In Persian)
- Madani, F., Bahramian, A., Ghaleh Noei, M., & Roshan, M. (2014). Evaluation of the facades of Chaharbagh Street, Isfahan, and proposing a model using fractal geometry. *Arman Shahr Architecture and Urban Planning*, 19, 153–164. (In Persian)
- Mahr-al-Naqsh, M. (1997). *Architecture of Hakim Mosque* (1st ed.). Tehran: Soroush. (In Persian)
- Mandelbrot, B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman.
- Meysami, H. (2009). *Hakim Mosque: The jewel of Islamic eras* (2nd ed.). Tehran: Organization for Urban Development Publications. (In Persian)
- Mirian, M. (2011). The role of fractals in mathematics and their connection to Islamic patterns in Iranian buildings and mosques. *Ketab Mah-e Honar*, 159, 86–92. (In Persian)
- Mostafaei, M. (2022). Geometry within geometry; Investigating the presence of fractal dimension in the entrance of Sheikh Lotfollah Mosque and its impact on redefining the meaning of place. *Rahpouyeh Architecture and Urban Planning Quarterly*, 1(2), 77–91. (In Persian)
- Nayak, S. R., & Mishra, J. (2017). On calculation of fractal dimension of color images. *I.J. Image, Graphics and Signal Processing*, 33–40.
- Olad Ghobad, M. (2018). Design and construction of environmental volume based on the Maqeli Kufic script of Hakim Mosque, Isfahan. Master's thesis, Tabriz Islamic Art University, Faculty of Islamic Industrial Arts. (In Persian)
- Reisi, K., Zakariaei Kermani, I., Jokar, J., & Najar Pour, S. (2024). Analysis of fractal geometry in Maqeli tile patterns of the spandrel of the northern Iwan of Hakim Mosque. *Bagh-e Nazar*, 21(135), 51–62. (In Persian)
- Rezazade, H. (2020). Visual and structural analysis of fractal geometry in the Sheikh Lotfollah Mosque ornaments (Isfahan, Iran). *International Journal of Architecture and Urban Development*, 11(1), 74–82.
- Sandau, K. (1997). Measuring fractal dimension and complexity: An alternative approach with an application. *Journal of Microscopy*, 164–176.
- Sartipi, B., & Vali Beig, N. (2017). Analysis of the geometry of brickwork patterns in the spandrels of the iwans of Hakim Mosque in the emergence of visual techniques. *Urban Management*, 49, 245–262. (In Persian)
- Sartipi, B., & Vali Beig, N. (2017). Analysis of visual perception based on the geometry of brickwork patterns in the spandrels of the iwans of Hakim Mosque using a Gestalt approach. *Urban Management*, 48, 169–178. (In Persian)
- Ziukelis, E., Mak, E., Dounavi, M.E., Su, L., & O'Brien, J. (2022). Fractal dimension of the brain in neurodegenerative disease and dementia: A systematic review. *Ageing Research Reviews*, 79, 1–15.
- Zomoroshidi, H. (2011). Evolution of Kufic script in Safavid architecture with emphasis on the inscriptions of Hakim Mosque, Isfahan. *Islamic Art Studies*, 7(14), 101–118. (In Persian)

